LE JUSTE MOT
EN GÉOMÉTRIE…

Petit lexique de géométrie
à l'usage des enseignants
de la maternelle à l'IUFM…

QU'EST-CE QUE LE JUSTE MOT, AU JUSTE ?

Ce document est le fruit d'un travail d'équipe réalisé au cours des années 2000 et 2001 par des membres du groupe départemental « mathématiques ».

Ces membres sont Philippe LOISON, DEA école maternelle Chevreul,
Danièle RODRIGUEZ, PEMF école élémentaire Chevreul
François SIDNEY, PE animateur informatique à Dijon Centre

L'équipe a été animée par Olivier RENAUT, Professeur de mathématiques au Centre IUFM de Dijon.

Ce document se présente sous la forme d'un lexique comprenant les principaux termes géométriques utilisés à l'école primaire, classés dans l'ordre alphabétique.

Il est destiné aux enseignants des trois cycles, désireux d'ajuster leur langage géométrique aux exigences de la rigueur scientifique. A ce titre, il s'adresse tout particulièrement aux non spécialistes de la discipline mathématique. Chacun devrait pouvoir trouver des éléments de réponses ou de réflexions dans les domaines qu'il souhaite explorer.

Il peut être utilisé de différentes manières : recherche du sens ou de l'usage précis d'un terme, exploration d'un sujet à des fins de formation personnelle, satisfaction d'une curiosité, etc.

Ce lexique n'est pas exhaustif ; par ailleurs, il ne se limite pas au seul vocabulaire devant être obligatoirement acquis par les élèves.

Les commentaires des programmes précisent bien qu'on ne saurait limiter le vocabulaire utilisé en classe aux seuls termes qui apparaissent explicitement dans les textes des programmes eux-mêmes.

Dans chaque article, on retrouve généralement quatre rubriques :

- définition
- idée intuitive
- difficultés
- pratique pédagogique.

En ce qui concerne la définition, elle pourra être multiple ou au contraire seulement ébauchée lorsque les concepts impliqués sont trop complexes pour le niveau qui nous intéresse.

L'idée intuitive permet précisément de relier la notion à l'idée première que l'on peut s'en faire.

Les deux autres rubriques donnent des indications utiles pour la mise en œuvre en classe.

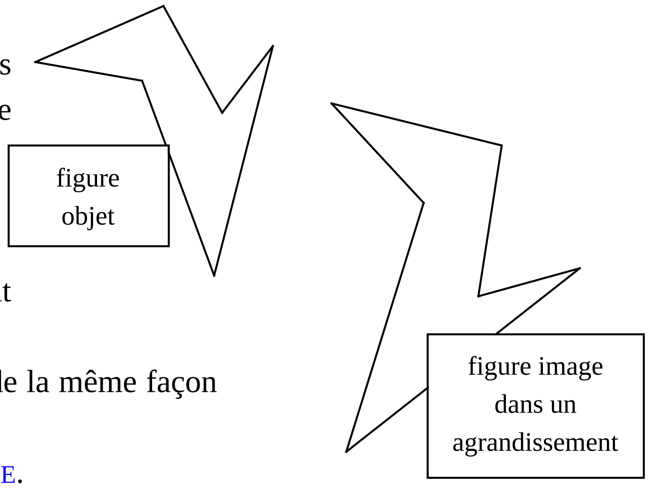
Le but est principalement de permettre une mise à jour des notions et de faire prendre conscience des difficultés ou écueils qui peuvent être rencontrés par les maîtres ou les élèves au cours des activités géométriques.

AGRANDISSEMENT

Ébauche de Définition :

Transformation d'une figure en deux ou trois dimensions, telle que les dimensions de la figure image sont obtenues par une multiplication de celles de la figure initiale par un même coefficient supérieur à 1.

Les dimensions de la figure image sont proportionnelles aux dimensions de la figure objet.



N.B. la figure image n'est pas forcément orientée de la même façon que l'objet (voir figure).

Pour une définition plus rigoureuse, voir SIMILITUDE.

Idée intuitive : cette notion est liée à toute une quantité d'expériences de la "vie courante" :

- l'image obtenue par certains appareils optiques (loupe, jumelles, etc.) est un agrandissement de l'image d'origine ;
- un agrandissement photographique ;
- l'agrandissement obtenu par une photocopieuse.

Difficultés : alors que l'agrandissement est décrit par une fonction multiplicative (application d'un coefficient multiplicatif aux dimensions d'origine), une idée intuitive chez beaucoup d'enfants (chez certains adultes ?) serait que les dimensions de l'image sont obtenues à partir des dimensions de l'objet en leur *additionnant* une valeur…

Cela vient en partie du fait que certains agrandissements sont décrits par des coefficients fractionnaires, mal ou pas connus des enfants.

Pratique pédagogique :

Pratiquer beaucoup d'expériences, où intervient une étude du tableau de nombres confrontant les dimensions d'une figure objet à celles d'une figure image obtenue par agrandissement (rétroprojecteur ou photocopieuse).

Pratiquer aussi l'activité d'agrandissement de puzzles (voir ce mot).

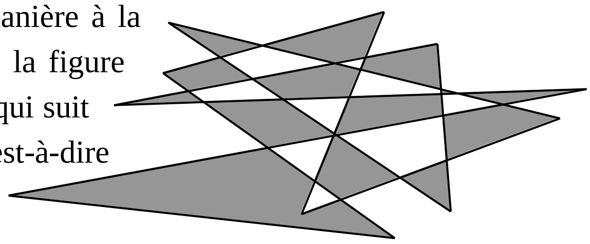
AIRE *(voir le document portant sur cette notion)*

Ébauche de Définition :

Mesure concernant une certaine catégorie d'objets géométriques, parmi lesquels les figures planes fermées.

Idée intuitive : L'aire est la mesure obtenue en précisant la notion intuitive d'étendue. L'étendue est, toujours de manière intuitive, un invariant dans certaines transformations de type découpage / recollage. Cette étendue est quantifiée de la manière suivante : un ("petit") carré étant choisi comme unité, l'aire de la figure plane est le nombre de ces petits carrés qui recouvriraient exactement la figure. Ce n'est donc pas forcément un nombre entier…

Difficultés : En fait, l'aire n'est pas vraiment une notion intuitive, ni pour les enfants, ni pour les adultes : les enfants la confondraient volontiers avec une sorte de longueur, celle d'un long fil qui serait entortillé dans la surface de manière à la recouvrir, et les adultes ont du mal dès que la figure est "croisée", par exemple l'aire de la figure qui suit ne doit prendre en compte que l'intérieur, c'est-à-dire la partie grisée :



Pratique pédagogique :

- dissocier l'étude de l'aire de celle du périmètre et ne pas en faire une rubrique pour chaque figure classique.
- présenter l'aire comme le résultat de dénombrements de petits carreaux.
- montrer la forte liaison entre aire et multiplication à propos du rectangle.
- faire beaucoup de T.P. basés sur des découpages / reconstructions de figures

ANGLE *(voir le document relatif à cette notion)*

Mot typiquement bi-sémique désignant selon le contexte un objet géométrique ou sa mesure.

Ébauche de Définition

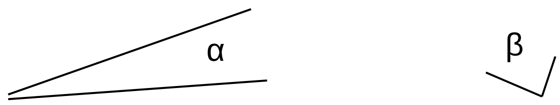
En tant qu'objet : l'angle pourrait se définir comme un couple de deux droites, ou mieux, de deux axes. Souvent, on se limite à l'angle de deux demi-droites de même origine…

N.B. il convient d'exclure toute idée de surface ou portion de plan…

En tant que mesure : c'est une mesure particulière. Elle s'applique aux angles précédemment "définis" et elle prend ses valeurs dans les réels "modulo" quelque chose, ce qui revient à dire que l'on considère comme équivalent à zéro un certain nombre, qui peut être 360 (mesure en degrés) ou 2π (mesure en radians).

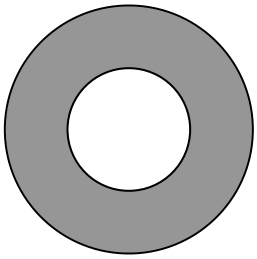
Idée intuitive : la mesure d'angle permet d'estimer le non parallélisme de deux droites ou de deux axes (ou demi-droites), en d'autres termes une différence de direction, c'est-à-dire en quoi deux droites n'ont pas la même direction…

Difficultés : notion très peu intuitive vite confondue avec une longueur surtout si on se hasarde à parler d'écartement, les enfants déclarant par exemple que α est plus grand que β dans les figures ci-contre :



Pratique pédagogique : développer toutes les pratiques qui permettent d'exploiter cette idée de différence de direction, donc des visées, des déplacements du genre parcours d'orientation, etc.

ANNEAU



Définition : Étant donnés deux cercles concentriques, on appelle anneau la surface complémentaire de la surface du petit cercle par rapport à la surface du grand cercle.

Idée intuitive : elle peut être liée au sens usuel du mot qui en ferait plutôt un objet en trois dimensions… C'est donc une idée à laquelle il vaut mieux éviter de recourir.

Difficulté : outre ce qui vient d'être dit, les difficultés pour concevoir cette figure sont principalement d'ordre topologique : l'anneau est visiblement non convexe, mais c'est même un peu plus compliqué que cela. On remarque tout d'abord que c'est une figure définie par deux lignes disjointes (il y a "deux bords").
Cela fait que le complémentaire de l'anneau n'est pas "connexe" (il n'est pas fait d'un seul tenant).
Lié à cela est le fait que son intérieur n'est sans doute pas ce que l'on croit : dans la figure ci-dessus, c'est bien la zone grisée qui est l'intérieur, et non pas le disque central…

Pratique pédagogique : ne pas chercher à trop préciser la définition de cet objet si on le rencontre… Essayer de préférence d'en avoir une approche tangible (anneau en carton plutôt que simplement dessiné).

ARÊTE

Définition :

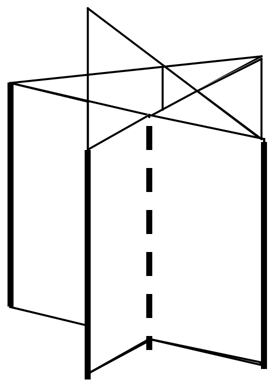
1/ **Définition** restrictive (mais la seule qu'il soit raisonnable de considérer à l'école) :

Dans un polyèdre, on appelle arête chacun des côtés des polygones qui constituent le polyèdre.

2/ **Définition** large:

Dans un solide, on appelle arête toute ligne commune à deux faces (en prenant le mot « face » dans son sens large)

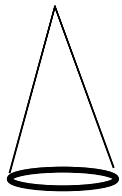
Idée intuitive : on tend à voir une arête dans un solide dès qu'on perçoit un changement de face, donc un angle entre deux faces. L'arête est perçue comme "bord" d'une face.

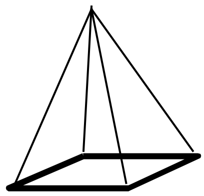


Difficulté : dans le cas des polyèdres étoilés, on risque de prendre l'intersection de deux faces pour une arête. Par exemple, dans le prisme étoilé ci-contre, on a dessiné en gras certaines arêtes verticales et en pointillés une "fausse arête" verticale.

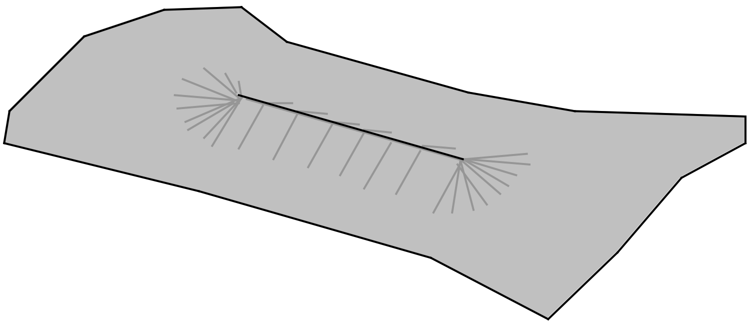
Par ailleurs dès qu'on n'est plus dans le domaine restreint des polyèdres, on peut avoir des doutes sur la pertinence du mot arête :

Le cercle de base d'un cône est-il une arête ? Si oui, elle est, à elle seule, l'analogue des 4 arêtes de base de la pyramide :





Et que dire de lignes comme celle de la figure ci-dessous :



Dans ces cas douteux, il vaudra donc mieux s'abstenir de parler d'arête.

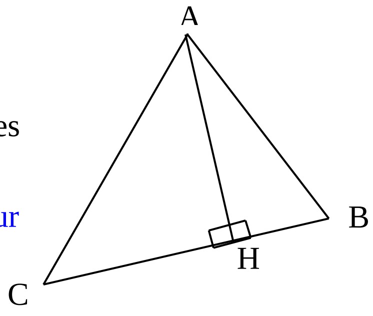
AXE

Ce mot désigne en général une droite mais dont la fonction dépend du contexte.
Il y a principalement l'axe de symétrie *(voir ce mot), mais on parle aussi d'axes dans un* repère *cartésien (voir le mot* REPERE*).*

BASE

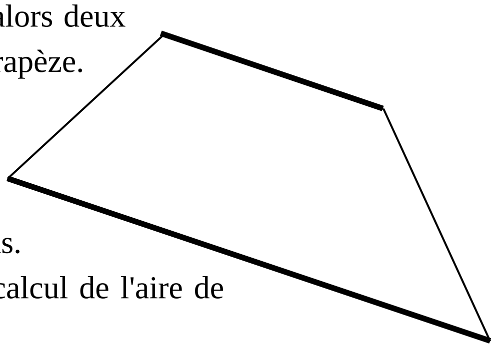
Ce mot est également employé dans le domaine de la numération. Nous ne parlons ici que de son sens géométrique.
Nous devrons examiner quatre cas !

BASE DANS UN TRIANGLE



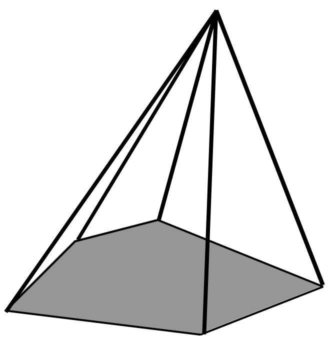
Ce terme est à la fois relatif et contextuel.
Contextuel : il désigne tout simplement l'un quelconque des côtés du triangle, mais dans le contexte d'un calcul d'aire.
En effet, l'aire d'un triangle est le demi produit de la longueur de la base, par la hauteur.
Relatif : il n'est défini que par rapport à une hauteur. On parle de la base relative à telle hauteur d'un triangle.
Par exemple, dans le triangle ci-contre, [BC] est la base relative à la hauteur [AH].
Abus de langage : en principe la base est un segment, mais il arrive que par abus de langage, le mot "base" soit utilisé dans le sens de la mesure de ce segment… A éviter ou à signaler !
Voir également : le mot HAUTEUR

BASE DANS UN TRAPÈZE



Si le trapèze n'est pas un parallélogramme, il possède alors deux bases qui ne sont autres que les côtés parallèles du trapèze.
Dans ce cas, les deux bases n'ayant pas les mêmes dimensions, on distingue la "grande base" de la "petite base".
Ci-contre, les bases du trapèze sont figurées en traits gras.
L'intérêt des bases du trapèze est lié en particulier au calcul de l'aire de cette figure.
La formule "consacrée" est "(grande base + petite base) x hauteur / 2"

BASE D'UNE PYRAMIDE (voir ce mot)



La base d'une pyramide est une face particulière de ce solide qui peut être définie ainsi :
- si la pyramide n'est pas un tétraèdre, la base de la pyramide est la seule face non triangulaire de ce solide.
- si la pyramide est un tétraèdre, l'une quelconque des quatre faces peut être considérée comme base.

La base de la pyramide ci-contre est le pentagone non régulier grisé.

…/…

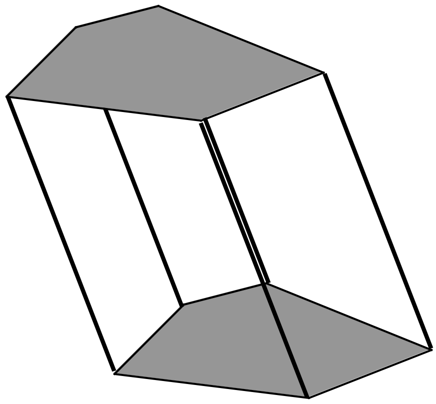
BASE D'UN PRISME (voir ce mot)

Un prisme a généralement deux bases.

Les bases d'un prisme sont les deux faces particulières de ce solide qui peuvent être définies ainsi :

- si le prisme n'est pas un parallélépipède, les bases en sont les deux faces qui ne sont pas des parallélogrammes. Notons que les deux bases sont identiques ("isométriques").
- si le prisme est un parallélépipède, l'une quelconque des six faces peut être considérée comme base.

Les bases du prisme ci-contre sont les pentagones non réguliers grisés.



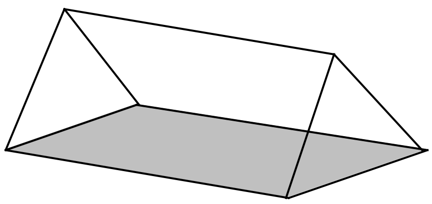
N.B. Pour un prisme comme pour une pyramide, la base est un élément important, caractéristique du solide. On dit "pyramide à base pentagonale" pour la distinguer par exemple d'une "pyramide à base carrée".

Idées intuitives et problèmes associés :

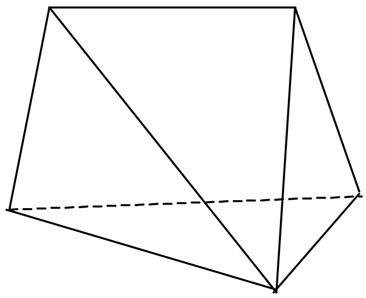
Les représentations prototypiques d'un solide ou d'une figure qui a une base consiste souvent à voir cette base horizontale. Il y a donc un double risque :

· celui de prendre systématiquement une face horizontale pour une base. Or il arrive que l'on pose ou que l'on représente par exemple un prisme sur une autre face que l'une de ses bases, et que donc cette face soit prise pour la base.

· celui corrélatif au précédent de ne pas identifier la base si elle n'est pas horizontale et même pas le solide… Ainsi, le solide ci-contre est difficile à identifier comme étant une pyramide, du fait que celle-ci n'est pas posée sur sa base !



Bien que disposée horizontalement, la face grisée n'est pas une base du prisme

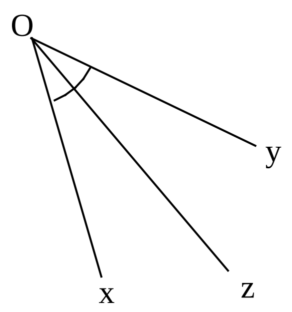


BISSECTRICE

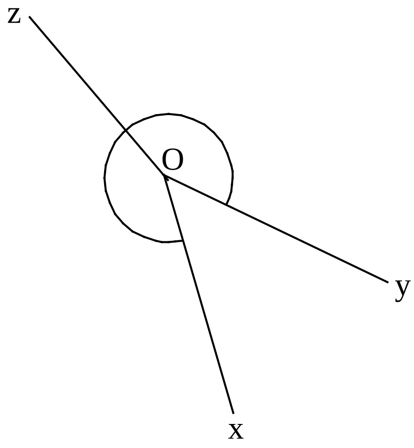
Ébauche de Définition : dans le cas où l'angle est défini comme couple de deux demi-droites de même origine, [Ox) et [Oy), on peut définir la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$ comme la demi-droite [Oz) telle que les angles $\widehat{xOz}$ et $\widehat{zOy}$ aient même mesure.

Idée intuitive : plus naïvement, on dira que la bissectrice coupe l'angle en deux…

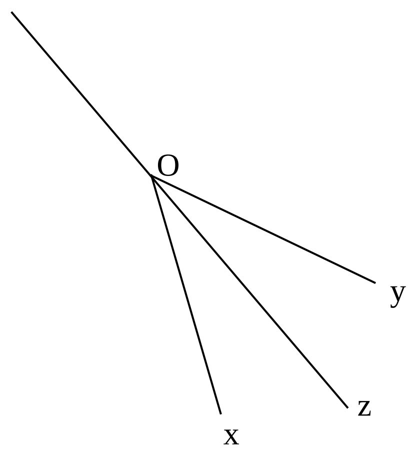
Difficultés : en fait, il y a deux angles $\widehat{xOy}$: l'angle "saillant" et l'angle "rentrant". Il faudrait distinguer la bissectrice de l'un et la bissectrice de l'autre, ou alors, ne plus parler de demi-droite, mais de la droite qui est donc à la fois bissectrice de l'angle saillant et de l'angle rentrant :



l'angle saillant
et sa bissectrice



l'angle rentrant
et sa bissectrice



la droite, bissectrice
de l'angle saillant
et de l'angle rentrant

Pratique pédagogique : cette notion, pas explicitement au programme du cycle III, délicate sur le plan pédagogique, ne doit faire l'objet d'aucune obligation ! Si on la rencontre dans une situation claire, on ne s'interdira pas d'utiliser le mot juste, mais on ne systématisera pas son emploi et on ne l'évaluera pas !

CARRÉ

Il ne sera question ici que de la figure géométrique et non pas du carré de deux nombres…

Définitions possibles :

"Losange - rectangle"

ou

"Parallélogramme ayant un angle droit et deux côtés consécutifs égaux"

ou

"Quadrilatère ayant 3 côtés égaux et deux angles droits"…

ou

"Quadrilatère ayant 4 axes de symétrie"

Idée intuitive :

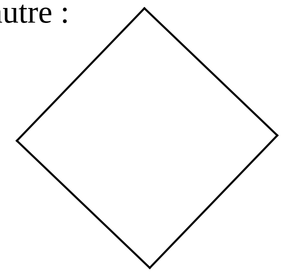
La plus ("mal") connue des figures géométriques…

Difficultés :

Il est trop connu, on croit tout savoir sur lui… On croit qu'une bonne définition c'est de dire que "c'est un quadrilatère qui a 4 angles droits et 4 côtés égaux", ce qui n'est pas faux mais n'est pas une bonne définition, car surabondante…

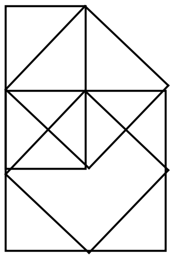
Bien connu dans son allure prototypique, mal identifié dans une position autre :

Souvent pris pour ou désigné comme losange s'il est dans cette position :



Pratique pédagogique :

Développer toutes les idées précédentes, en particulier éviter le prototype, éviter la définition qui n'en est pas une, étudier les autres, développer son identification dans des figures complexes :



CENTRE

Ce mot présente plusieurs significations selon le contexte de son emploi.

En voici quelques-uns.

Nous renvoyons aux mots correspondants dans les cas suivants :

CENTRE D'UN REPÈRE

CENTRE D'HOMOTHÉTIE

CENTRE DE ROTATION

CENTRE DE SYMÉTRIE

CENTRE D'UN CERCLE

CENTRE D'UNE SPHÈRE

Nous proposons les définitions suivantes :

CENTRE D'UN POLYGONE RÉGULIER :

C'est le centre du cercle circonscrit à ce polygone.

CENTRE DE GRAVITÉ D'UN TRIANGLE :

C'est le point d'intersection (unique comme on sait) des médianes (voir ce mot) du triangle.

CERCLE

Définition : figure définie comme ensemble des points d'un plan équidistants d'un point donné du même plan, appelé centre du cercle.
N.B. On peut aussi, mais cela se réfère à des connaissances plus complexes, définir le cercle comme une ligne à courbure constante.

Idée intuitive : En fait, l'idée intuitive concerne plutôt le "rond" (voir ce mot), que la notion de cercle cherche à préciser scientifiquement.

Difficultés : c'est justement de préciser l'idée qu'on en a intuitivement…

Il peut aussi y avoir une petite discussion pour savoir si le cercle est plutôt une ligne ou une surface, dans la mesure où l'on dispose de deux autres mots : le disque qui désignerait la surface et la circonférence qui désignerait la ligne.

Devant cette situation, on peut rester dans l'indétermination. Dans certains contextes on tolérera donc que le mot cercle désigne en même temps la ligne et la surface. (le cercle fait donc partie de ces concepts qui recouvrent plusieurs idées distinctes, concepts que l'on peut qualifier de complexes)

En l'absence d'un contexte ou de précisions, le mot cercle désignera plutôt la ligne et nous l'emploierons dans ce sens, sauf indications contraires, dans ce document.

Pratique pédagogique : La définition d'un cercle comme ensemble des points équidistants d'un point risque de n'avoir guère de signification ni d'intérêt si cette définition n'est pas nourrie d'une pratique régulière du compas comme instrument de report de longueurs, notamment dans des constructions (par ex. d'un triangle dont on impose les dimensions).

Ne pas oublier non plus de "fréquenter" le cercle dans des situations où il n'est pas tout seul et dans des situations tri-dimensionnelles (cône, cylindre…)

Ne pas oublier la dimension technologique avec l'étude de la roue, et observer ce qui se passe si un véhicule a une roue non circulaire (par exemple elliptique).

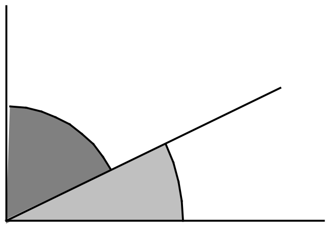
Enfin, le périmètre et l'aire du cercle n'ont aucun intérêt si ce ne sont pas les enfants qui sont amenés à les déterminer au cours de T.P. (mesure de ficelles enroulées autour de cylindres par exemple).

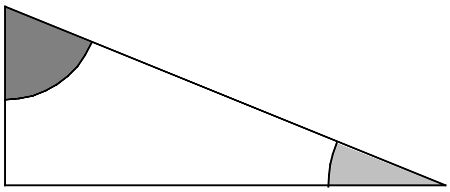
COMPLÉMENTAIRE

Le mot complémentaire peut être pris au sens ensembliste ou au sens géométrique. Nous ne traitons évidemment que le deuxième cas…

Définition : Un angle est dit complémentaire d'un autre angle si la somme de leurs mesures est 90°. On peut aussi dire que « les deux angles sont complémentaires ».

Idée intuitive : Un angle droit décomposé en deux angles permet de visualiser deux angles complémentaires adjacents. Mais deux angles n'ont pas besoin d'être adjacents pour être complémentaires. En particulier les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires :





Exemples d'angles complémentaires

Difficultés : A part les difficultés très générales que peuvent présenter les angles, la seule difficulté propre à cette notion pourrait être une confusion avec sa « jumelle » les angles « supplémentaires ».

Pratique pédagogique : Il en est de cette notion comme de beaucoup de celles qui ne sont pas explicitement au programme : on ne s'interdira pas l'usage du mot si la notion est rencontrée, mais on ne s'obligera pas à la présenter pour elle-même.

Notons qu'il y a de bonnes chances, en CM, que des activités sur le triangle rectangle conduisent à rencontrer cette notion comme nous venons de le signaler.

CONCAVE

Notion assez délicate, liée à l'étude de la topologie.

Le contexte de son emploi prête à discussion. Plus adapté à des situations tri-dimensionnelles (puisque l'étymologie du mot fait référence à la notion de "creux") et plus adapté aux surfaces courbes ou à défaut aux lignes courbes, son usage est déconseillé par beaucoup concernant les polygones.

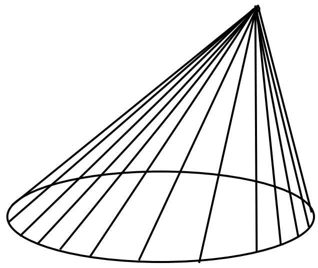
On pourrait éventuellement convenir qu'une figure est concave dès qu'elle n'est ni convexe, ni croisée…

Le plus sage est de s'abstenir de l'employer ou de ne l'employer que dans un contexte limité et provisoire.

CÔNE

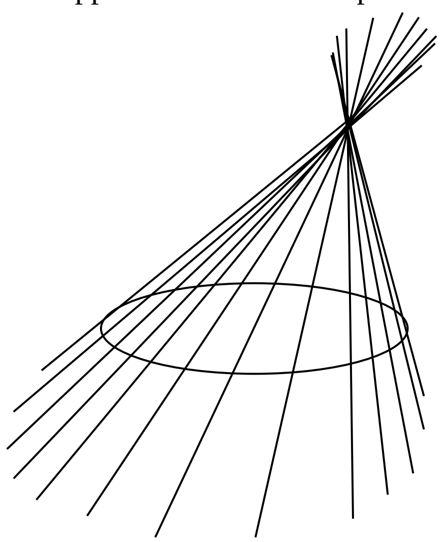
Le cône peut recevoir plusieurs définitions différentes selon le niveau auquel on se situe et donc selon qu'on l'envisage comme simple solide, ou comme surface infinie…

Définition ordinaire : Étant donnés un cercle C, qui sera appelé « base » et un point S appelé « sommet », non situé dans le plan du cercle, on appelle cône un solide constitué d'une face plane, à savoir le cercle C, et d'une face non plane, à savoir la réunion des segments dont une extrémité est le sommet S et l'autre extrémité un point du cercle.



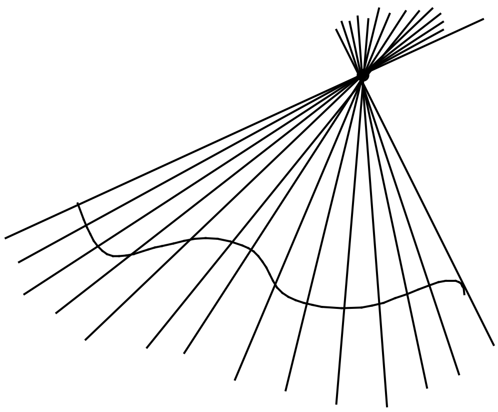
Si le sommet S est situé sur la perpendiculaire au plan du cercle issue du centre de ce cercle, on dit que le cône est droit.

Définition « avancée » 1: Étant donnés un cercle C, qui sera appelé « base » et un point S appelé « sommet », non situé dans le plan du cercle, on appelle cône la surface dans l'espace obtenue comme réunion de toutes les droites passant par S et par un point du cercle.



Définition « avancée » 2 : Idem précédemment, mais la base peut être n'importe quelle ligne fermée d'un plan, voire même une ligne ouverte (auquel cas on parlera plutôt de « surface conique »).

Voir figure ci-dessous :



Idée intuitive : Le cône correspondant à la définition « ordinaire » est proche des cônes que l'on rencontre dans la « vie courante ». Souvent, cependant, ces « cônes de la vie courante » ne comportent pas de vraie « base » ; celle-ci est souvent « ouverte », c'est par exemple le cas d'un chapeau pointu ou d'un cône tel que celui en gaufrette destiné à recevoir des boules de glace.

Difficultés : Nous passons rapidement sur la difficulté que représentent les deux définitions « avancées » qui ne sont données qu'à titre informatif.

Pour le cône plus classique, il y a deux types de difficultés :

- d'une part le passage des objets réels (voir idée intuitive) au cône « abstrait » que l'on dote en général d'un disque de base ;
- d'autre part le vocabulaire, en particulier les mots faces, arête et même sommet. En effet, ces éléments ne sont pas les exacts équivalents de ce que ces mêmes mots désignent pour des polyèdres. La face courbe du cône est une seule face, et ce n'est pas si simple à admettre ; peut-on parler d'arête à propos de la circonférence de base ? Enfin, le sommet du cône est isolé et n'est l'extrémité d'aucune arête contrairement aux arêtes d'un polyèdre.

Pratique pédagogique : Nous recommandons de ne pas faire à propos du cône (de même que pour le cylindre et la sphère) une étude qui soit simultanée à celle des polyèdres. Notamment, les polyèdres donnent le plus souvent lieu à un inventaire et à un dénombrement des faces, arêtes, sommets. Le faire en même temps pour les cône, cylindre, sphère reviendrait à dire que les faces, arêtes, sommets de ces solides « fonctionnent » de la même façon que dans les polyèdres, ce qui est faux.

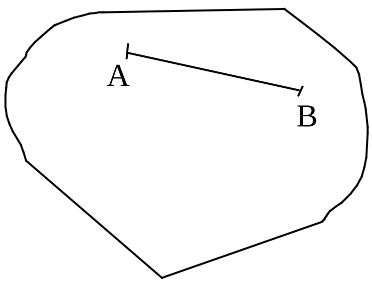
Du reste, s'il est vrai que l'on peut proposer un « développement » du cône, il n'est pas certain que ce développement puisse valablement prendre le nom de patron ! (voir la distinction que nous faisons au mot « PATRON »).

CONVEXE

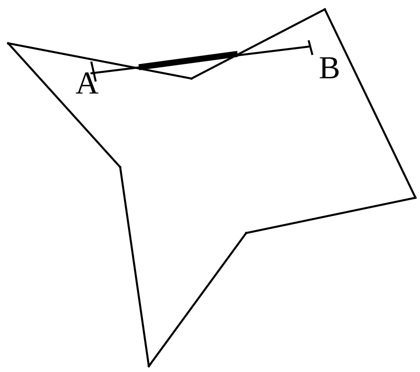
Pour définir la convexité, nous nous limiterons à des objets géométriques pour lesquels la notion d'intérieur ne présente pas d'ambiguïtés ni de difficultés particulières.

Définition : Une figure est dite convexe si et seulement si étant donnés deux points intérieurs à cette figure, le segment dont ces deux points sont les extrémités est entièrement compris dans l'intérieur de la figure.

<u>Exemple et contre – exemple</u> :



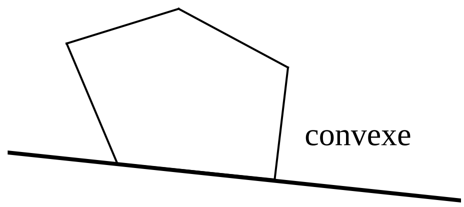
<u>exemple d'une figure convexe</u> : quels que soient les points A et B situés à l'intérieur de la figure, le segment [AB] est entièrement contenu dans la figure.



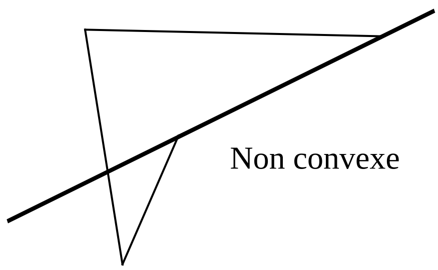
<u>une figure non convexe</u> : il existe des segments dont les extrémités sont intérieures à la figure et dont d'autres points (portion du segment "en gras") sont extérieurs à la figure.

Idée intuitive : l'idée intuitive rejoint assez bien la définition : une figure est convexe s'il n'y a pas de "creux". On peut préciser dans le cas d'un polygone, sous forme d'une autre définition, en disant que <u>la figure est entièrement située dans un même demi-plan par rapport à l'un quelconque de ses côtés</u>.

Une autre idée correspond à une manipulation : lorsqu'on découpe avec des ciseaux une figure convexe tracée sur une feuille de carton, on ne risque pas d'entamer la figure pas un coup de ciseaux accidentel, alors que lorsqu'elle n'est pas convexe, un coup de ciseaux peut pénétrer dans la figure, et l'abîmer partiellement.



convexe



Non convexe

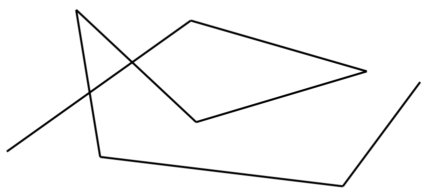
Pratique pédagogique : la convexité peut être mise en évidence lors de classifications de figures. Si on demande à des élèves (à partir du début du cycle III) de classer des figures, on aura intérêt à prévoir parmi ces figures un certain nombre de figures non convexes, et parmi elles de figures croisées ou étoilées…

CROISÉ

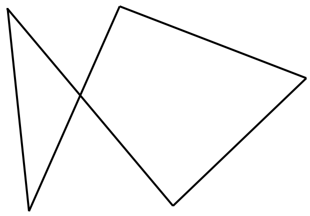
On réservera cette appellation à des figures polygonales, pas nécessairement fermées.

Définition (imparfaite): une ligne polygonale est dite croisée si deux segments parmi ceux qui composent la ligne, ont en commun un autre point que leurs extrémités. Si la figure est un polygone, on parle parfois de polygone étoilé. Toutefois ce dernier terme est le plus souvent réservé à des figures croisées particulières.

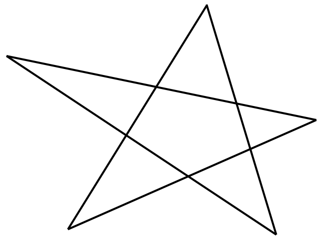
Exemples :



ligne polygonale croisée

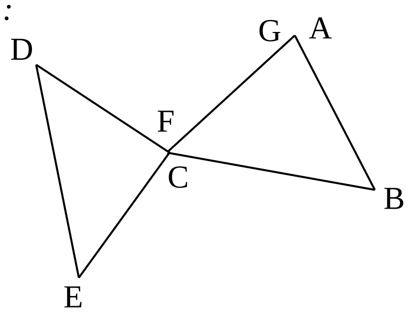


polygone croisé



polygone étoilé

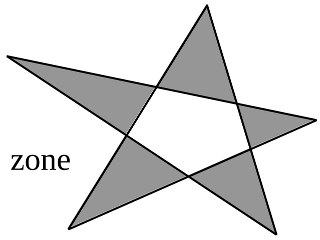
Il serait trop compliqué de donner une définition plus universelle, mais il faut se rendre compte que la définition ci-dessus ne rend pas compte par exemple de la figure croisée ABCDEFG ci-dessous :



Difficultés : la configuration croisée donne à une ligne des propriétés particulières qui perturbent l'appréhension de certaines notions.

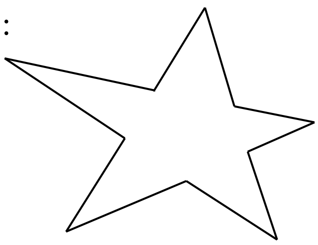
C'est notamment le cas de la notion d'intérieur, et corrélativement de surface et d'aire (voir ce mot).

Ainsi, on rappelle que l'intérieur du polygone croisé ci-contre est la zone grisée que voici :



ce qui engendre certains conflits cognitifs…

De même l'idée de périmètre est elle aussi assez perturbée par ce genre de situation, car il ne faut pas confondre le périmètre du polygone précédent avec celui-ci :



…/…

Pratique pédagogique :

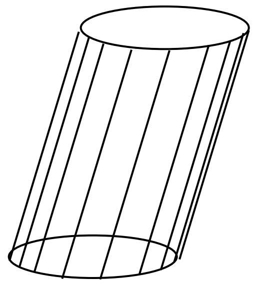
Pour étudier et mettre en évidence les particularités des lignes croisées, il est très indiqué de travailler avec la planche à clous et de comparer avec le carton découpé.

Ainsi, si on veut reproduire des figures proposées sous forme de dessins, certaines seront réalisées sans peine avec du carton découpé, mais pas les figures croisées… Celles-ci ne seront valablement reproduites concrètement qu'au moyen de ficelles ou d'élastiques tendus entre des clous plantés sur une planchette.

CYLINDRE

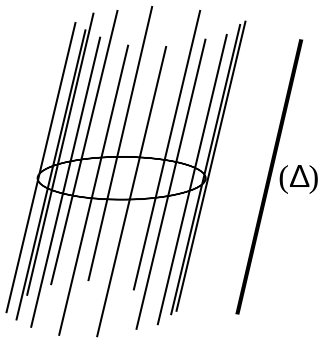
Le cylindre peut recevoir plusieurs définitions différentes selon le niveau auquel on se situe et donc selon qu'on l'envisage comme simple solide, ou comme surface infinie…

Définition ordinaire : Étant donnés 2 cercles identiques C_1 et C_2, qui seront appelés « bases », situés dans deux plans parallèles distincts, on appelle cylindre un solide constitué de deux faces planes, à savoir les cercles C_1 et C_2, et d'une face non plane, à savoir la réunion des segments dont les extrémités sont respectivement un point de C_1 et un point de C_2, ces segments étant de plus parallèles au segment qui joint les centres des 2 cercles.

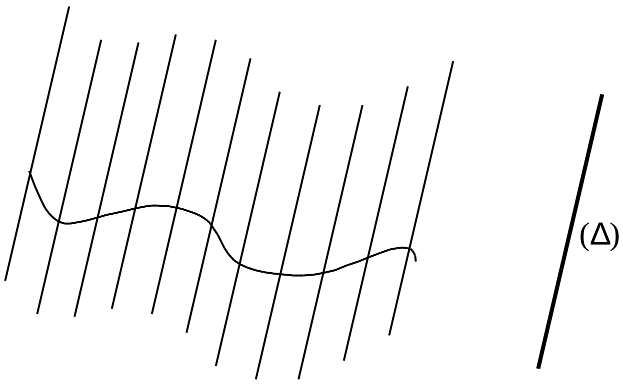


Si ces segments sont perpendiculaires aux plans des cercles, on dit que le cylindre est droit.

Définition « avancée » 1: Étant donnés un cercle C, qui sera appelé « base » et une direction de droite (Δ) non parallèle au plan du cercle, on appelle cylindre la surface dans l'espace obtenue comme réunion de toutes les droites passant par C et de direction (Δ).



Définition « avancée » 2 : Idem précédemment, mais la base peut être n'importe quelle ligne fermée d'un plan, voire même une ligne ouverte (auquel cas on parlera plutôt de « surface cylindrique»).
Voir figure ci-dessous :



Idée intuitive : Le cylindre correspondant à la définition « ordinaire » est proche des cylindres que l'on rencontre dans la « vie courante ». Il arrive, cependant, que ces « cylindres de la vie courante » ne comportent pas deux vraies « bases » ; l'une de celles-ci, voire les deux sont souvent « ouvertes », c'est par exemple le cas de la plupart des tubes dont les deux « bouts » sont ouverts, ou certains verres qui n'ont qu'une base fermée…

Difficultés : Nous passons rapidement sur la difficulté que représentent les deux définitions « avancées » qui ne sont données qu'à titre informatif.

Pour le cylindre plus classique, il y a deux types de difficultés :

- d'une part le passage des objets réels (voir idée intuitive) au cylindre « abstrait » que l'on dote en général d'un disque à chaque base ;
- d'autre part le vocabulaire, en particulier les mots faces et arêtes. En effet, ces éléments ne sont pas les exacts équivalents de ce que ces mêmes mots désignent pour des polyèdres. La face courbe du cylindre est une seule face, et ce n'est pas si simple à admettre ; peut-on parler d'arêtes à propos des circonférences de bases ?

Pratique pédagogique : Nous recommandons de ne pas faire à propos du cylindre (de même que pour le cône et la sphère) une étude qui soit simultanée à celle des polyèdres. Notamment, les polyèdres donnent le plus souvent lieu à un inventaire et à un dénombrement des faces, arêtes, sommets. Le faire en même temps pour les cône, cylindre, sphère reviendrait à dire que les faces, arêtes, sommets de ces solides « fonctionnent » de la même façon que dans les polyèdres, ce qui est faux.

Du reste, s'il est vrai que l'on peut proposer un « développement » du cylindre, il n'est pas certain que ce développement puisse valablement prendre le nom de patron ! (voir la distinction que nous faisons au mot « PATRON »).

DÉFINITION

Définition : donner la définition du mot définition pose évidemment un problème de logique assez redoutable…

Idée intuitive : une définition permet de cerner une notion ou un objet mal connu. Plus précisément elle donne le moyen de reconnaître, d'identifier l'objet défini.

Difficultés : souvent on donne trop d'éléments dans un définition confondant la définition avec une liste de propriétés. Ainsi, donner d'un carré la définition suivante : "quadrilatère ayant 4 côtés égaux et 4 angles droits" est une mauvaise définition car surabondante. Il suffit par exemple de dire qu'un carré est un "quadrilatère ayant 4 côtés égaux et 1 angle droit".

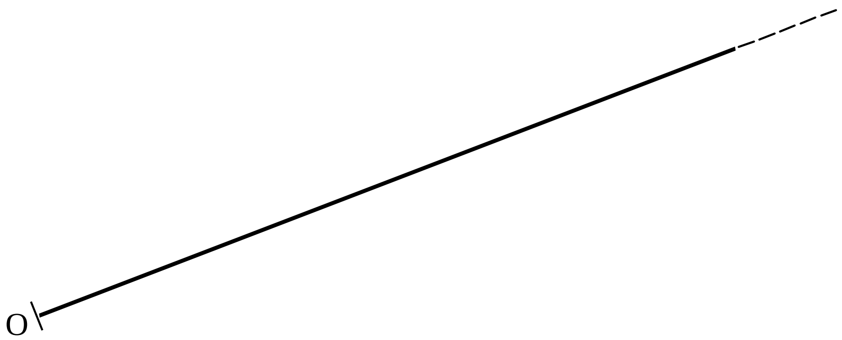
Pratique pédagogique : fournir aux élèves des définitions toutes faites pour des objets géométriques ne sert pas à grand chose. Il est beaucoup plus intéressant d'approcher l'idée de définition en cherchant effectivement les propriétés minimales qu'un figure doit vérifier pour être telle ou telle.
Ainsi, pour en revenir au carré, étudier à partir de quelles contraintes un quadrilatère répondant à ces contraintes est obligatoirement un carré. On peut commencer par essayer de tracer une figure qui n'a que 2 côtés égaux et 1 angle droit et qui ne soit pas un carré, puis essayer de tracer une figure qui a 3 côtés égaux et 1 angle droit et qui ne soit pas un carré, etc. A partir d'un moment, on ne peut plus tracer autre chose qu'un carré. C'est qu'on a atteint une liste de propriétés qui peut constituer une définition du carré.

DEMI-DROITE

Définition : Étant donnée une droite et un point O de cette droite, on appelle demi-droite d'origine O chacune des deux portions de droite définies comme ensemble des points situés d'un même côté de O.

On considère en général que le point O fait partie de la demi-droite.

N.B. Cette notion intervient assez peu dans les figures étudiées à l'école primaire, si ce n'est pour définir les angles… Voir ce mot.



DÉVELOPPEMENT

Voir le mot PATRON.

DIAGONALE

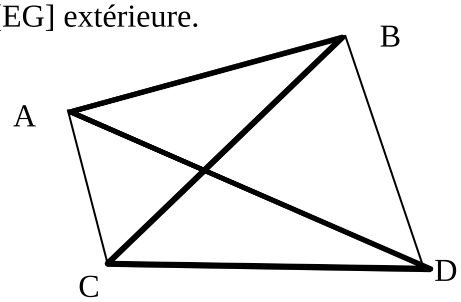
Définition : Dans un polygone quelconque, on appelle diagonale tout segment qui joint deux sommets non consécutifs du polygone.

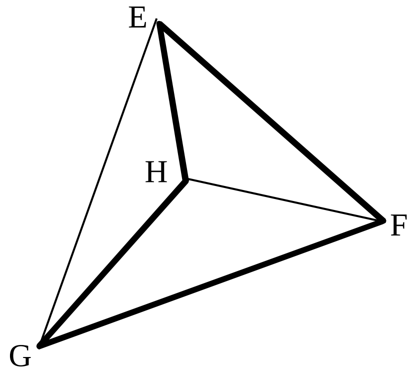
Remarque 1. Un triangle n'a donc pas de diagonale.

Remarque 2. Dans un polygone non convexe, une diagonale n'est pas forcément intérieure au polygone.

On observe dans les exemples ci-dessous :

- que le quadrilatère croisé ABCD a ses deux diagonales [AC] et [BD] extérieures,
- que le quadrilatère non croisé EFGH, non convexe, a une diagonale [HF] intérieure et une diagonale[EG] extérieure.





Difficultés : la deuxième remarque est ce qui peut faire difficulté dans cette notion.

Pratique pédagogique : on s'intéresse principalement aux diagonales du parallélogramme et de ses cas particuliers, car

- elles ont la propriété de se couper en leurs milieux respectifs dans ce cas général du parallélogramme, de plus,
- dans le rectangle, les diagonales ont même longueur et on peut même définir le rectangle comme parallélogramme dont les diagonales ont même longueur,
- dans le losange, les diagonales sont perpendiculaires et on peut même définir le losange comme un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires ; observons de plus que les diagonales du losange en sont des axes de symétrie,
- et donc dans le carré, ces deux propriétés se trouvent réunies.

DIAMÈTRE

Définition : Un cercle étant donné, de centre O, de rayon r, on appelle diamètre de ce cercle tout segment contenant le centre O du cercle et dont les extrémités sont situées sur le cercle (nous voulons dire ici sur la ligne).
Le mot "diamètre" est souvent employé pour désigner aussi la mesure de ce segment.
Remarque et propriété 1 : le centre du cercle est milieu de tout diamètre du cercle.
Propriété 2 : le diamètre (mesure) vaut le double du rayon (mesure).
Propriété 3 : les plus grands segments entièrement contenus dans un cercle sont les diamètres.

Idées intuitives : le diamètre est ce qui joint les deux points les plus éloignés d'un cercle. Si on tient un disque entre le pouce et l'index (par exemple un CD) en faisant en sorte de ne pas mettre ses doigts sur sa surface, on le tient par un diamètre.

Difficultés : principalement liées au double sens du mot. Attention aussi au fait qu'on perçoit mieux un diamètre s'il est dessiné horizontalement ce qui entraîne le fameux risque de la perception prototypique.

Pratique pédagogique : le diamètre en tant que segment intervient dans les constructions géométriques. Il faut donc, pour bien l'utiliser, être confronté régulièrement à des lectures et/ou écritures de programmes de constructions.
Le diamètre en tant que mesure intervient dans la formule du périmètre. Pratiquement il est intéressant de mesurer des diamètres de boîtes cylindriques, de mesurer corrélativement leurs périmètres (à l'aide de ficelles enroulées) et de se rendre compte que le rapport entre le périmètre et le diamètre est constant et égal à un certain nombre qui semble voisin de 3,1…

DIMENSION

Comme beaucoup de termes de ce lexique, le mot dimension présente une pluralité de significations. L'une d'entre elles est précise mais délicate et nous allons la développer, les autres se situent dans le contexte de la mesure et nous ne ferons que les évoquer brièvement dans un premier temps.

Définition 1 (pour le mot pris dans le sens de mesure, utilisé en général au pluriel) :
Les dimensions d'un objet en seraient les mesures avec tout le flou que cela représente. Pratiquement, ce mot est le plus souvent utilisé pour des mesures de longueur, et par ailleurs, lorsqu'on parle des dimensions d'un objet, cela sous-entend que certaines lignes de cet objet le caractérisent suffisamment clairement pour que les mesures dont on parle soient les longueurs de ces lignes. On parlera ainsi des dimensions d'un rectangle sans que cela ne fasse problème, de même que des dimensions d'un parallélépipède.

Approche de définition 2 : (dimensions d'un espace)
On parle de dimensions d'un espace dans des expressions qui font intervenir le « nombre de dimensions » de cet espace, par exemple « espace à trois dimensions ».
Ce terme équivaut à peu près à celui de « degré de liberté », cela pour traduire le niveau de contraintes auquel est soumis un mobile qui se déplace dans cet espace.
On peut aussi définir le nombre de dimensions par le nombre d'axes qui sont nécessaires pour repérer l'espace considéré.

Idées intuitives : Un véhicule qui se déplace « dans un plan » (espace à 2 dimensions) n'a que 2 degrés de liberté et il lui faut donc un seul organe de direction pour déterminer sa trajectoire (situation classique de l'automobile avec son volant). Un avion qui, par nature, se déplace dans un espace à 3 dimensions, demande un double organe de direction (manche à balai). Un train, quant à lui, astreint à un espace à 1 dimension (la voie ferrée) ne demande aucun organe de direction et ne doit contrôler que sa vitesse.

Difficultés : C'est une notion peu évidente à préciser, même si on a l'intuition de ce qui différencie par exemple le plan de l'espace.

Pratique pédagogique : Là encore, la notion ne faisant pas partie des obligations pédagogiques, il n'est évidemment pas question d'en faire l'objet de leçons ou de définitions.

Cependant, une approche des figures d'une part, des solides d'autre part, et les éventuelles comparaisons que l'on peut faire entre les deux sortes d'univers : celui des figures planes, celui des solides, est une manière d'approcher et de préciser ce qui différencie l'espace du plan, et par là même, ce qui fonde la notion de dimensions d'un espace.

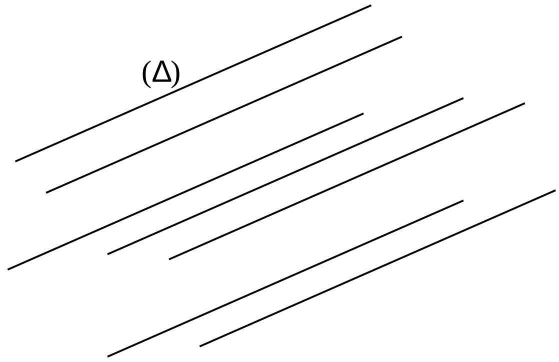
Le repérage est aussi une manière de côtoyer cette notion. Le repérage d'un point sur une droite nécessite 1 nombre alors que le repérage d'un point du plan en nécessite 2.

DIRECTION

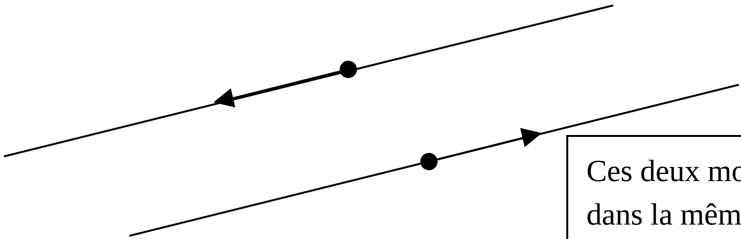
Définition : On appelle **direction** une classe d'équivalence de lignes droites selon la relation de parallélisme.

On peut ainsi dire qu'étant donnée une droite (Δ), la direction de la droite (Δ) c'est la classe de toutes les droites parallèles à (Δ).

Idée intuitive : La définition correspond assez bien à l'usage courant de ce mot, à condition qu'on n'y mette pas la nuance d'orientation. Ainsi, lorsqu'on parle de direction verticale on ne doit pas préciser, en tant que direction, si c'est de haut en bas ou de bas en haut. Ce qui permet de distinguer l'un de l'autre, c'est le **sens**.



Difficultés : Elles sont de deux sortes.
L'une d'elles tient à la relative difficulté du concept de classe d'équivalence. Une direction ce n'est pas une droite donnée, mais la « qualité » commune à toutes les droites parallèles à cette droite.
L'autre tient à la nuance exprimée dans la rubrique « idée intuitive » et qui fait que par exemple, si deux mobiles se déplacent sur des chemins parallèles, on dira qu'ils suivent la même direction même s'ils se déplacent dans le sens opposé (voir figure ci-dessous) ! ! !



Ces deux mobiles se déplacent dans la même direction, mais en sens opposé.

Pratique pédagogique : Cette notion de direction ne fait évidemment pas partie des objectifs explicites de la géométrie à l'école. C'est donc par la pratique d'activités qui mobilisent implicitement la notion, que celle-ci pourra se fixer progressivement dans l'esprit des élèves. On pourra revoir à ce sujet ce qui a été dit à propos de la translation dans un repère. Le tracé de parallèles est en lui-même une activité qui repose sur l'identité de direction, surtout si ce tracé se fait à l'aide d'une carolette (sorte de règle munie d'un roulement lui assurant une direction constante lorsqu'on la déplace).

DISQUE

Définition : un disque est une surface définie comme l'intérieur d'un cercle.

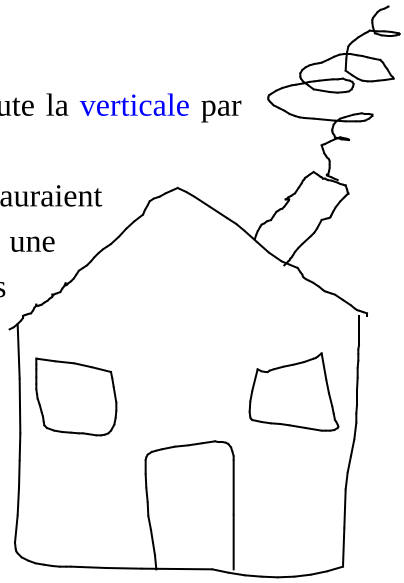
Difficultés : ajouter ce mot à la liste des termes géométriques est lourd. Exiger systématiquement son emploi c'est sans doute un excès d'exigence que l'on ne peut avoir avec l'ensemble des figures géométriques. Par exemple le mot carré désigne aussi bien la ligne que la surface et on ne peut pas obliger à dire "surface carrée" sans alourdir le langage à l'excès voire avec une sorte de connotation morale… Mieux vaut donc sans doute en général se limiter au mot cercle et en distinguer les différents sens à travers les types d'activités organisées.

DROIT (adjectif)

Ce mot, dans sa fonction d'adjectif, est très polysémique, donc d'une compréhension complexe, même lorsqu'on se restreint aux mathématiques.
Nous ne commentons pas ici le sens associé à la latéralité, sauf pour faire observer que cette signification est susceptible d'ajouter aux difficultés qui vont déjà être évoquées ci-dessous.

DROIT (au sens d'angle DROIT)
Définition : c'est l'angle formé par deux droites perpendiculaires.

Idée intuitive et Difficulté : une des plus naturelles est sans doute la verticale par rapport à l'horizontale…
Mais il faut aussi voir que bien souvent de jeunes enfants auraient tendance assez naturellement à dessiner par erreur une perpendiculaire en voulant dessiner une verticale. C'est le cas d'une cheminée par rapport à un toit :



Il y a donc confusion possible et cela, dans les deux sens.
L'autre difficulté est de faire le lien exact entre droites perpendiculaires et angle droit, car le lien qui existe entre un angle et deux droites n'est pas évident. Il faut bien voir ici que l'on passe d'une relation ("droites perpendiculaires") à une valeur d'angle ("droit").

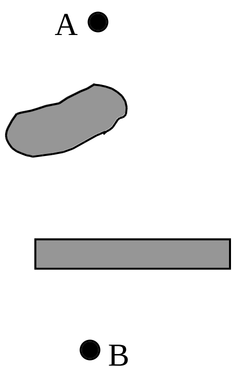
Pratique pédagogique : Bien entendu, nous préconisons, comme toujours, de fréquenter la notion à travers de nombreuses activités, surtout langagières : lire et rédiger des programmes de construction, inventorier les propriétés d'une figure. Il est particulièrement important de donner aux enfants une perception de l'angle droit dans toutes les orientations pour éviter que l'angle droit ne soit identifié que dans des situations prototypiques…
Rappelons que la pratique du Tan Gram peut être un bon moyen pour éviter ce défaut.

DROIT (au sens de trait DROIT, ligne DROITE, ou d'aller tout DROIT)
Définition : mathématiquement, la ligne droite pour aller d'un point à un autre c'est le plus court chemin. Il y a donc cette idée fondamentale de chemin de longueur minimum. Le mot savant et plus général serait "géodésique", adjectif qui désigne la plus courte des trajectoires pour aller d'un point à un autre dans un univers donné (par exemple à la surface de la Terre, une géodésique est un arc de grand cercle).

Idée intuitive : l'idée d'aller "tout droit", ou "droit devant soi" est assez naturelle et pourrait être davantage explorée et prise en compte. Une autre idée, apparemment intuitive, mais en réalité fruit de l'éducation est que la ligne droite est celle que l'on peut tracer avec une règle…

…/…

Pratique pédagogique : c'est dans l'utilisation de la droite en tant qu'objet que cette notion va se développer. Il serait bon de ne pas négliger cet aspect "géodésique", voire éventuellement faire étudier par les enfants des "géodésiques" (sans employer le mot) dans d'autres univers que la feuille de papier : que se passe-t-il si on va "droit devant soi" sur la Terre (travailler sur une sphère assez grosse) et quel est le plus court chemin pour aller de A vers B dans la situation ci-contre où les zones grisées sont des obstacles ?



DROITE

Pseudo-Définition : ligne sans limites, telle que pour deux quelconques de ses points M et N, le segment [MN] est le plus court possible.
N.B. Selon le formalisme habituel, on note (AB) la droite passant par les points A et B.

Idée intuitive : la droite combine deux idées : celle de "rectitude" que nous avons développée dans l'article précédent, et l'idée d'infini, beaucoup plus délicate ("qui ne s'arrête jamais" disent volontiers les enfants)

Difficulté : C'est cette idée d'infini, difficilement accessible, qui fait qu'on n'aborde pas vraiment le concept de droite dans l'enseignement primaire.

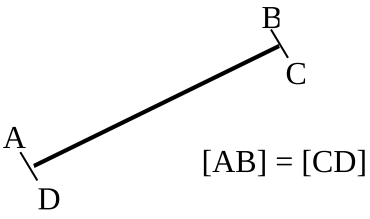
Pratique pédagogique : La notion générale de droite n'est pas vraiment conseillée à l'école primaire, celle de ligne droite étant suffisante, c'est-à-dire la droite sans son caractère doublement infini. Il n'est pas interdit d'en parler, notamment quand les élèves de CM commencent à avoir l'intuition de cet infini, mais sans en faire un objet d'institutionnalisation.

ÉGAL, ÉGALITÉ

Ébauche de définition :

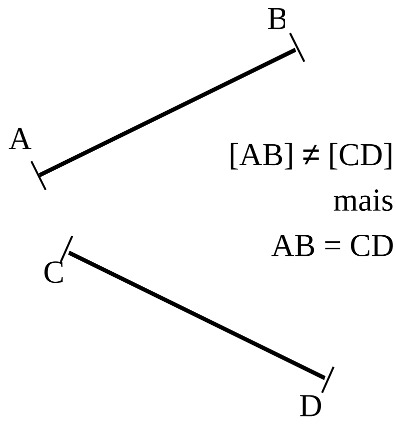
Au sens le plus strict, un objet n'est égal qu'à lui-même, l'égalité, le signe "égal" (ou "égale", du verbe égaler) ne portant que sur des signifiants différents pour dire que ces signifiants différents correspondent à un même signifié. L'égalité est alors un concept purement linguistique.

Strictement parlant, dire du segment [AB] qu'il est égal au segment [CD] revient à dire qu'il s'agit du même segment qui serait désigné de deux façons différentes. On peut ainsi écrire notamment que [AB] = [BA] car un segment n'est qu'un ensemble de points sans aucune orientation particulière.



Dans le langage parlé, cependant, le mot égal est souvent employé dans un sens plus large qui peut être parfois qualifié d'abusif…

Peut-on dire comme on le fait souvent qu'un segment est égal à un autre pour dire qu'ils ont simplement même longueur (ce qui s'écrirait AB = CD) ? A priori ce serait plus une incorrection qu'un abus… si on ne le commettait très souvent !



Du reste, entre deux figures géométriques on parlerait volontiers d'égalité pour simplement signifier l'isométrie comme on le faisait il y a encore peu de temps quand on enseignait les "cas d'égalité des triangles"…

En résumé, il est bien difficile de tracer la frontière entre l'abus toléré et l'abus intolérable, sauf à dire qu'on doit toujours être plus exigeant avec l'écrit qu'avec l'oral, car la mathématique est une discipline de l'écrit !

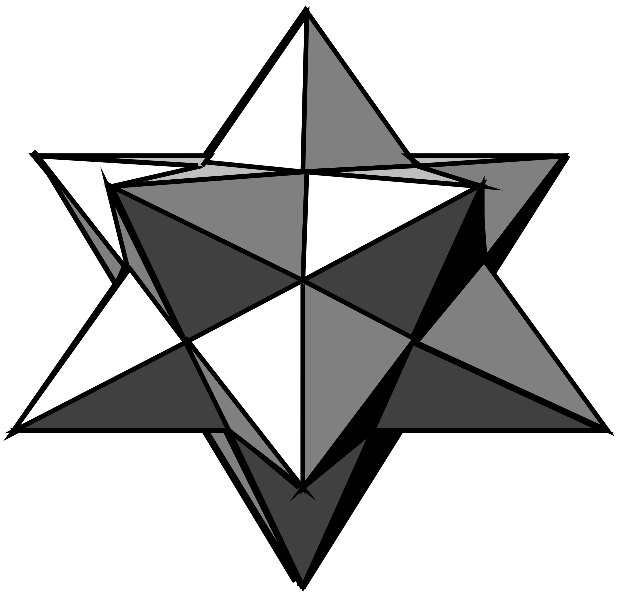
FACE

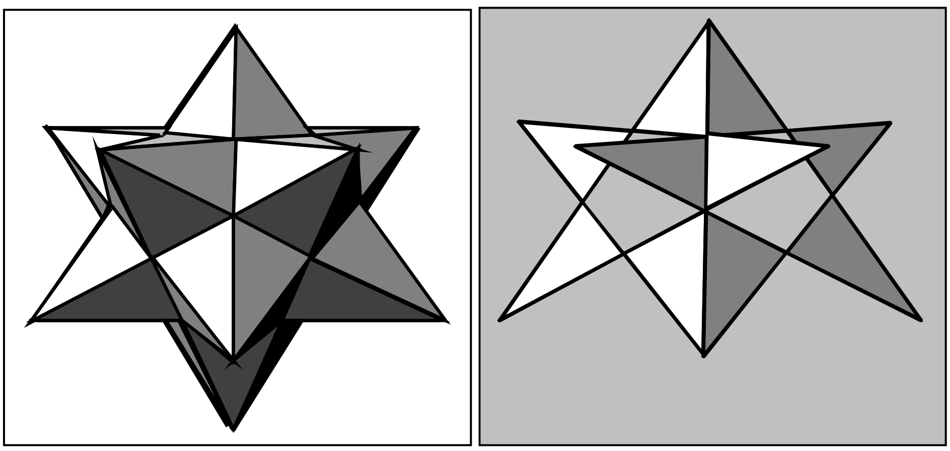
Définition restrictive *(mais la seule qu'il semble raisonnable de considérer à l'école)* :
Dans un polyèdre, on appelle face l'un quelconque des polygones qui constituent le polyèdre.

N.B. Si on cherche à donner une définition du mot "face" qui convienne aussi pour des solides non polyédriques, on se heurte vite à des problèmes difficilement surmontables, et cela dès l'école primaire.
Si par exemple, on voulait pouvoir parler de la face "arrondie" d'un cylindre, on devrait aussi pouvoir utiliser le mot pour une sphère. Or dans ce solide, il est délicat de parler de face, car en fait cela désignerait tout le solide, et de plus cela deviendrait contradictoire avec le vocabulaire usuel qui parle volontiers de "face cachée" (pour la Lune, entre autres…)

Difficultés : distinguer les faces de certains polyèdres n'est pas toujours aisé si ces polyèdres sont un peu compliqués, comme par exemple des polyèdres étoilés.

Ainsi, le dodécaèdre étoilé ci-contre pourrait donner l'apparence d'être constitué de faces triangulaires, alors qu'en réalité ses faces sont des pentagones étoilés (comme le montre la figure ci-dessous).





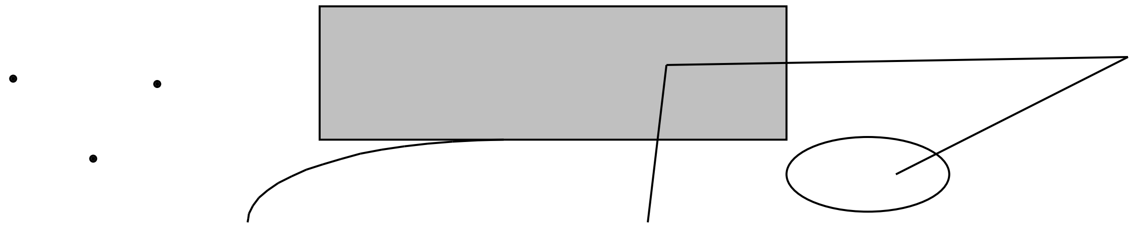
Pratique pédagogique : il y a de nombreuses manières de conduire un travail qui donne consistance au concept de face d'un polyèdre.
Entre autres, dans une étude comparative de solides, l'identification des faces ainsi que le dénombrement des faces, conjointement avec celui des sommets et des arêtes, est sans doute ce qui permet de caractériser le plus aisément les solides. Leur nom vient même le plus souvent de ce dénombrement : **octa**èdre pour solide à 8 faces, **dodéca**èdre pour solide à 12 faces, etc.
Parmi les activités que l'on peut également recommander, il y a la recherche des patrons d'un solide, recherche conduite par les enfants eux-mêmes bien sûr ! Voir l'article "patron" pour plus de détails.

FIGURE

Définition : Dans un espace à deux dimensions (≡ dans un plan) on appelle figure tout assemblage de points, lignes et surfaces.

N.B. 1 : Autrement dit la figure est pour le plan ce que le solide est pour l'espace.

N.B. 2 : La définition peut paraître large, mais c'est nécessaire pour englober les cas les plus divers. On peut donc appeler "figure" cette … chose :



N.B. 3 et difficulté : Le mot figure est aussi et peut-être plus souvent employé pour désigner des représentations dessinées. Dans le cas où ce dessin est censé représenter un objet en deux dimensions, il peut y avoir confusion entre le dessin et l'objet, sans gros inconvénient.

Mais il arrive aussi qu'on parle de figure pour désigner la représentation dessinée d'un objet en trois dimensions. Dans ce cas il y a une réelle ambiguïté.

Pratique pédagogique : Il y aurait beaucoup à dire sur les pratiques pédagogiques liées à l'étude des figures (au sens d'objets en deux dimensions).

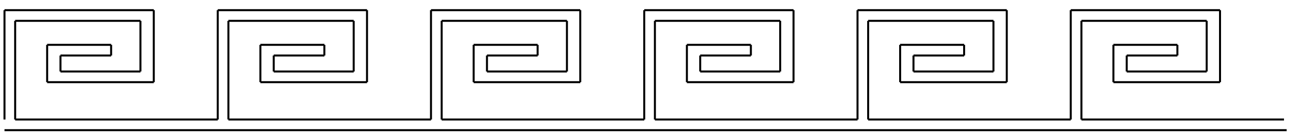
Suggérons seulement quelques idées :

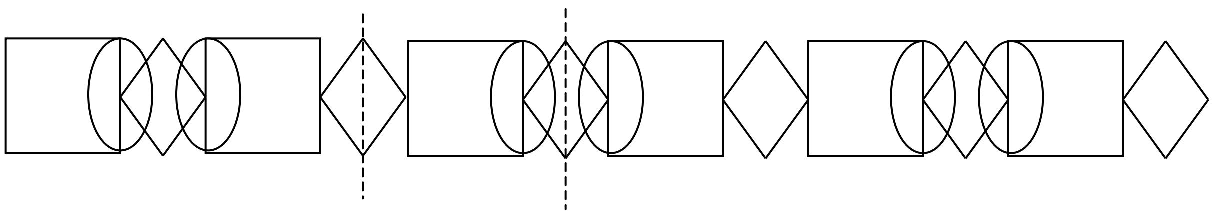
- étudier au départ les figures à partir d'une collection, et non pas séparément les unes des autres.
- diversifier les supports : pas seulement des figures dessinées, mais aussi des figures découpées dans du carton, des élastiques tendus entre des clous plantés dans une planche
- habituer les enfants à décomposer ou à composer des figures entre elles, par exemple leur donner à voir que tout quadrilatère peut se découper en deux triangles, et observer ce que cela donne si le quadrilatère est particulier.
- travailler le langage en lisant / rédigeant des programmes de construction.

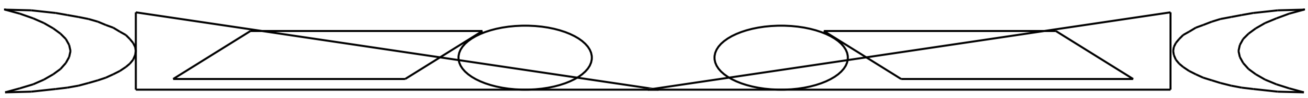
FRISE

Ce terme est emprunté au langage artistique ou architectural par les pédagogues et plus spécialement ceux de cycle II, pour décrire certaines réalisations mathématiques ;
On l'utilise d'ailleurs dans le domaine numérique pour désigner la file ordonnée des nombres écrits en chiffres.
On l'utilise aussi dans le domaine géométrique dans le sens que nous allons tenter de définir.

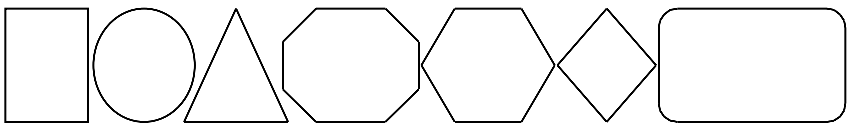
Définition : une frise est une figure géométrique constituée d'un motif de base reproduit dans une seule direction par des translations et / ou des symétries.
Le plus souvent cette reproduction présente un caractère de périodicité.
Exemples (plutôt que l'idée intuitive…)







Et ceci …



… peut-il être considéré comme une frise ?

Difficulté : On entend parfois dire "algorithme" au lieu de frise. En fait il est bon de distinguer les deux choses. Un algorithme est un processus pour obtenir un résultat. Par conséquent l'emploi du mot algorithme au lieu de frise est erroné en ce sens qu'il confond l'action qui a produit la frise et la frise elle-même. S'agissant du dessin , il convient de parler de frise. Mais on peut parler de l'algorithme qui permet de réaliser la frise, cet algorithme étant la description des actes élémentaires à effectuer pour réaliser la frise.

Pratique pédagogique : Suivant le niveau, on peut s'attacher à retrouver le motif de base d'une frise, et / ou à décrire les transformations qui aboutissent à la frise à partir de ce motif de base.
Songer qu'une des façons de conduire cette recherche consiste à utiliser des jeux de miroirs. Ainsi, dans la deuxième des frises ci-dessus, si on place deux petits miroirs se faisant face et disposés sur les deux lignes pointillées, l'image formée par la double réflexion reconstitue la frise. Le motif situé entre ces deux pointillés est le motif de base.

GÉOMÉTRIE

Hasardons-nous à donner une définition du mot géométrie, en sachant pertinemment que l'on sera imprécis et incomplet.

Définition : Étude d'un espace donné et des objets que l'on peut y distinguer.

Commentaires :

Cette définition parle "d'un espace donné", c'est-à-dire en fait d'un référentiel. Il est bien certain que l'on peut ainsi parler de différentes géométries selon le référentiel choisi.

A côté des géométries "classiques" du plan et de l'espace en 3 dimensions, il est possible de se situer dans toutes sortes d'autres référentiels, par exemple :

- un réseau de points (qui peuvent être les nœuds d'un quadrillage ; cet espace est assez souvent considéré à l'école primaire lors d'activités de repérages au moyen de nombres entiers).

- la surface d'une sphère ; c'est la géométrie que l'on doit considérer notamment à la surface du globe terrestre. Or une telle géométrie ne comportant pas de vraies lignes droites, il convient d'étudier avec attention ce qui peut les remplacer… Une telle étude n'a pas sa place ici, mais que l'on sache seulement que les théorèmes de la géométrie classique doivent être modifiés pour s'adapter à de tels référentiels.

A propos des objets, disons seulement que l'étude qu'est censée en faire la géométrie ne se limite plus, comme l'étymologie le laisserait penser, à des problèmes de mesures.

Et d'un point de vue pédagogique il en va de même : on ne saurait limiter les pratiques géométriques à des activités de mesures.

HAUTEUR

Un des nombreux mots polysémiques de ce lexique…

Nous ne mentionnons que pour mémoire un sens légèrement abusif et délicat qui ferait employer le mot hauteur pour l'opposer à "largeur" et portant sur le rectangle lorsque celui-ci est dessiné au tableau. Hauteur désignerait la dimension "verticale" du rectangle, tandis que "largeur" désignerait la dimension horizontale. Voir à ce sujet la discussion qui porte sur longueur et largeur.

Ce cas étant réglé, on parlera de hauteur :

- pour des figures planes : trapèzes, triangles

- pour des solides : prismes et pyramides

Définition :

La hauteur désigne selon le cas une droite, un segment, une longueur.

En tant que droite, c'est :

- pour un trapèze (resp. un prisme), l'une quelconque des perpendiculaires aux bases,
- pour un triangle, une droite perpendiculaire à l'un des côtés du triangle et passant par le sommet opposé (le côté dont il est question est alors appelé "base" du triangle).
- pour une pyramide, la droite perpendiculaire à la base et passant par le sommet de la pyramide.

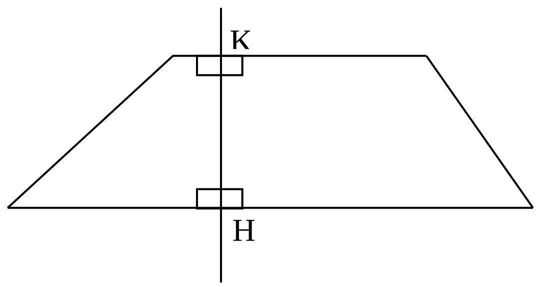
(Dans ces deux cas, l'intersection de la droite avec la base est appelée le pied de la hauteur.)

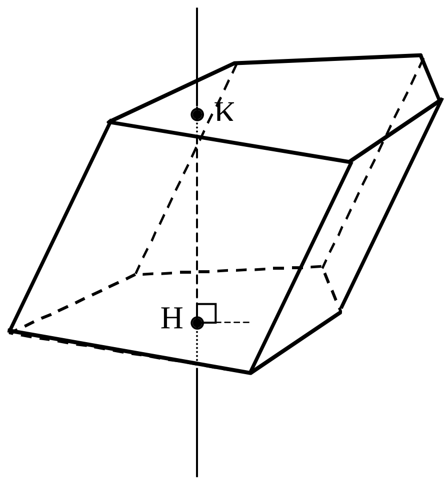
En tant que segment, c'est :

- dans chacun des cas précédent, le segment porté par la droite et limité par les intersections de la droite avec les éléments (bases ou sommet) qui ont servi à définir cette droite.

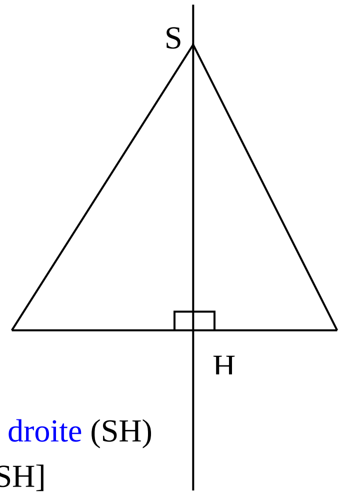
En tant que longueur, c'est celle du segment précédemment défini.

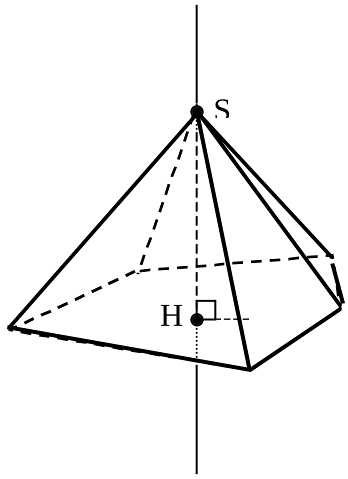
Voici une illustration pour chaque cas :





pour le trapèze comme pour le prisme { la hauteur est la droite (KH) ou le segment [KH] ou la longueur KH.



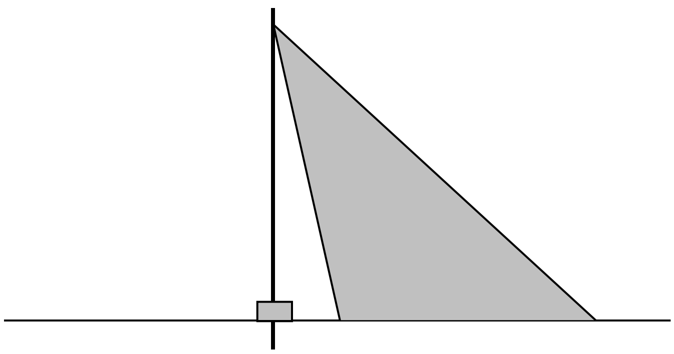


pour le triangle comme pour la pyramide	la hauteur est la droite (SH) ou le segment [SH] ou la longueur SH.

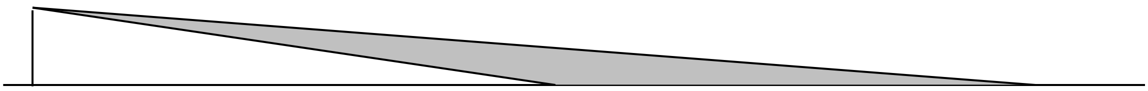
On doit aussi se souvenir qu'un cône est analogue à une pyramide (cette dernière catégorie étant en fait un cas particulier de cône) de même qu'un cylindre est analogue à un prisme (même remarque).

Idée intuitive : Dans les cas d'un prisme droit ou d'une pyramide, la définition de la hauteur rejoint l'idée que l'on s'en fait intuitivement, du moins si l'on suppose que les bases de ces solides soient horizontales.

Difficultés : On peut précisément enchaîner sur ce qui précède et dire que pour le trapèze et le triangle qui n'ont aucune vraie raison d'avoir une orientation privilégiée, la hauteur (en tant que droite ou segment) peut fort bien avoir une orientation très différente de la verticale et donc, en tant que mesure, ne pas correspondre à ce qu'on imagine. C'est là une première gamme de difficultés.
Une autre série de difficultés peut provenir de la triple signification du mot.
Enfin, s'agissant plus particulièrement d'une hauteur d'un triangle, celle-ci peut fort bien être "complètement" <u>extérieure</u> au triangle (à l'exception du sommet) ce qui en fait une ligne assez particulière si on la compare aux autres lignes remarquables du triangle.



Il est utile d'observer que cette situation peut donner des hauteurs dont la mesure est très petite avec un triangle qui pourtant peut être très "allongé" :

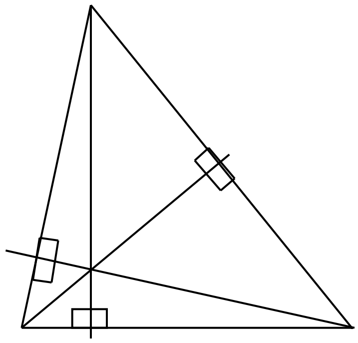


Voici un triangle (ci-dessus) qui a une hauteur de 1 cm et un périmètre de plus de 20 cm.

<u>Pratique pédagogique</u> :

La hauteur est considérée comme importante surtout du fait qu'en tant que mesure, elle intervient dans la formule qui donne l'aire du triangle.

On aurait tort de négliger les autres aspects de ce type de lignes dans le triangle et il est toujours intéressant de faire construire par les élèves (en CM) les trois hauteurs d'un triangle (au moins dans le cas où ces hauteurs sont "intérieures" ce qui suppose qu'on ait choisi de travailler dans un triangle aux angles tous aigus) et de constater que ces trois hauteurs ont un point commun.

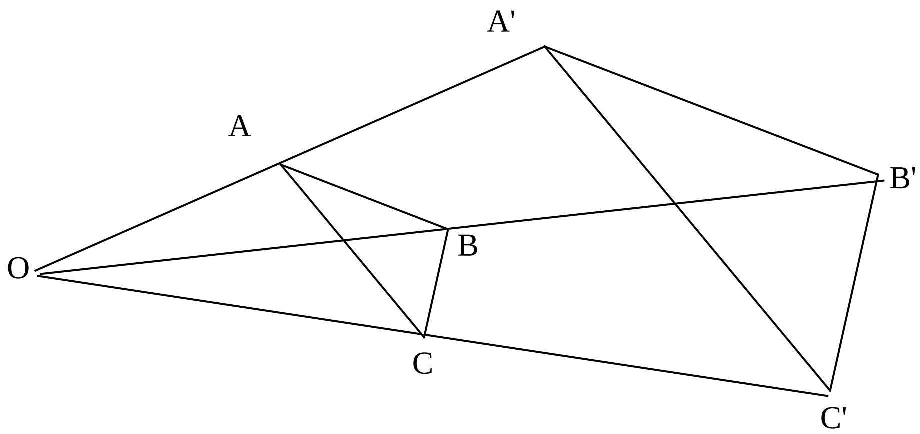


HOMOTHÉTIE (dans le plan)

Définition : Un point O du plan étant fixé ainsi qu'un nombre réel k ≠ 0, on appelle homothétie de centre O et de rapport k, la transformation géométrique qui à tout point M, fait correspondre le point M' répondant aux trois conditions suivantes :

- les points O, M et M' sont alignés,
- si k est positif, M et M' sont d'un même côté de O sinon ils sont de part et d'autre de O,
- OM' = k x OM

Voici une figure montrant comment une homothétie de rapport 2 transforme les points d'un triangle ABC.



Idée intuitive : l'homothétie est une notion "savante" qui précise la notion usuelle d'"agrandissement" ou de "réduction" du moins dans un cas particulier. Pour le cas plus général, voir la notion de similitude.

Difficultés : on a déjà dit à propos d'agrandissement que les enfants tendent à penser additivement lorsqu'ils se trouvent devant une telle situation.

En fait, l'homothétie au sens strict, c'est-à-dire avec un centre bien déterminé et agissant sur une figure bien localisée ne convient guère aux élèves de classes élémentaires car à ce niveau, on travaille plutôt sur des figures "mobiles", qui n'occupent donc pas une position déterminée. On voit bien qu'il est difficile dans ce cas-là de faire agir dessus une vraie homothétie !

Pratique pédagogique : voir le mot "agrandissement".

HORIZONTAL(E)

Définition : En tant qu'adjectif, qualifie la direction orthogonale à la direction verticale. En tant que nom commun (l'horizontale) désigne cette direction ou parfois une simple droite qui a cette direction.

Idée intuitive : la surface de l'"eau tranquille" donne une idée de cette "direction", à cela près que la surface de l'eau est à considérer comme un plan et non comme une droite…

Difficultés : comme on le dira surtout pour la verticale, les éventuelles difficultés sont liées aux situations de rabattement dans lesquelles une feuille de papier posée à plat sur une table est en somme l'image d'un plan vertical. Sur cette feuille de papier on distingue souvent les horizontales et les verticales, alors qu'en réalité toutes les droites et les directions de cette feuille sont horizontales !

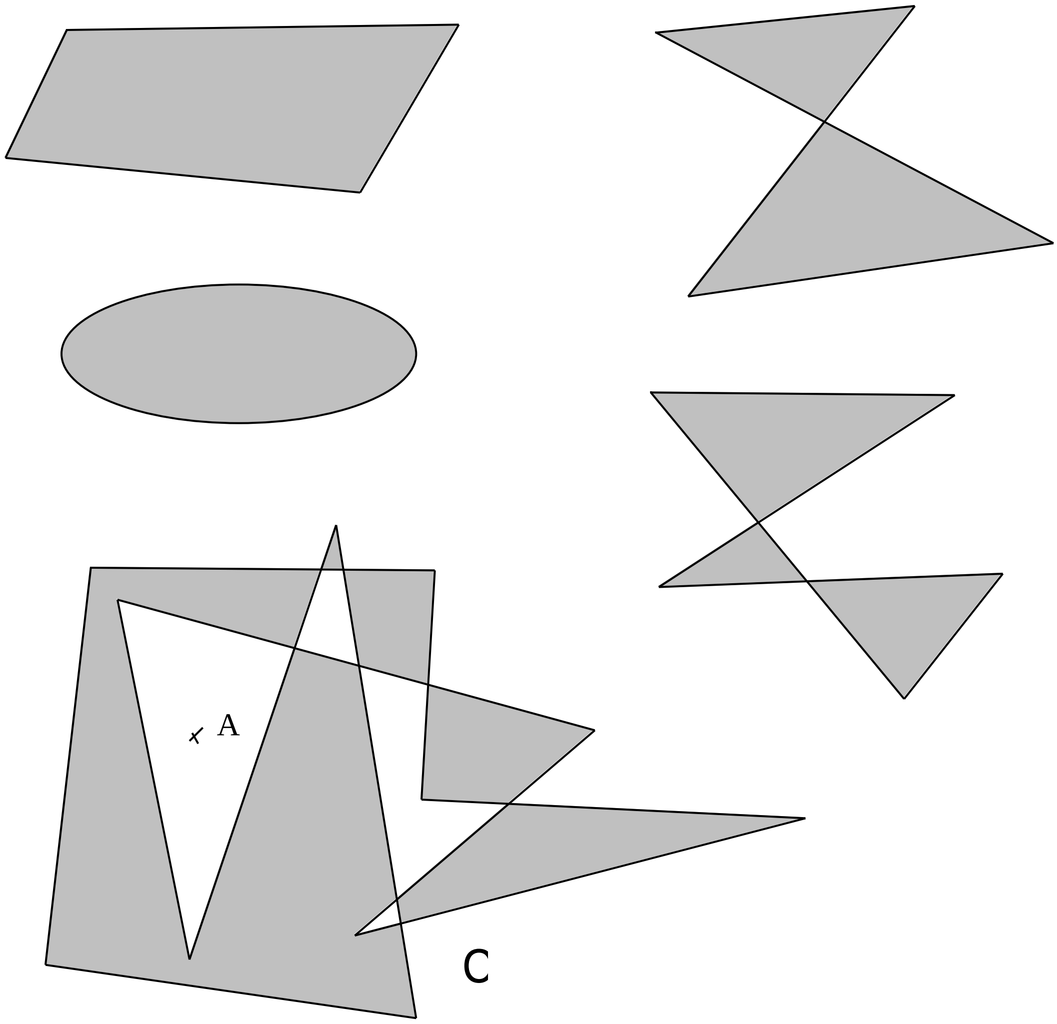
Pratique pédagogique : ne pas hésiter à exprimer à haute voix devant les élèves la difficulté précédemment décrite.

INTÉRIEUR (dans un espace à deux dimensions)

Définition : Etant donnée une ligne fermée, et les deux surfaces délimitées par cette ligne, l'intérieur est celle des deux surfaces qui peut être incluse dans un cercle (ou toute courbe fermée "simple", c'est-à-dire sans point double).

Idée intuitive : Cette notion d'intérieur est très naturelle pour toutes les lignes fermées "simples" et très antinaturelle pour les autres lignes fermées…

Voici par exemple l'intérieur (grisé) de diverses lignes fermées :



En fait , dès que la ligne est croisée plusieurs fois, on ne peut trouver son "intérieur" qu'en raisonnant sur les "passages de frontières", c'est-à-dire que l'on change à chaque fois qu'on franchit la ligne : si on est à l'extérieur et qu'on franchit la ligne, on passe à l'intérieur ; si on est à l'intérieur et qu'on franchit la ligne, on passe à l'extérieur…

Donc ci-dessus, pour chacune des figures, ce qui n'est pas hachuré est extérieur, même si cela choque l'intuition…

Ainsi, ci-dessus, le point marqué A est extérieur à la courbe C.

LARGEUR

Définition (ou ébauche de…) :

La largeur serait le petit côté d'un rectangle, l'autre étant la longueur. Il peut s'agir d'un segment ou de sa mesure (comme c'est le cas pour le rayon, le diamètre, la hauteur, etc.)

Mais une autre signification de ce même mot tend à lui faire désigner une ligne horizontale pour l'opposer à une verticale dite alors "hauteur". C'est le cas lorsqu'on travaille sur un tableau avec des rectangles dont les côtés sont respectivement horizontaux et verticaux.

De plus, son emploi est-il plutôt approprié pour désigner l'objet (le segment) ou pour désigner sa mesure ? Du reste ne parle-t-on pas des mesures de "longueur" ?

Bref, nous voilà encore une fois devant un mot bien polysémique…

Idée intuitive : Voir la discussion précédente…

Difficultés : Voir la discussion précédente…

Pratique pédagogique : Dès que cela ne risque pas de les embrouiller, mettre les enfants au courant de l'ambiguïté du mot…

LIGNE

Définition : Ce terme désigne tout espace à une dimension, ou réunion de tels espaces. Pratiquement, une ligne peut être continue, ou discontinue, finie ou infinie, fermée ou ouverte, croisée ou non, polygonale ou non…
Cette notion vaut aussi bien dans un univers à deux ou à trois dimensions.

Idée intuitive : Lorsqu'on est dans le plan de la feuille de papier, la ligne est ce qu'on peut tracer avec un crayon.

Difficultés : C'est en fait la difficulté générale de toute figure : comment distinguer la figure en tant que ligne de celle en tant que surface ?

Pratiquement, et à part certains mots spécifiques qui permettent de faire la distinction (par exemple cercle et disque), on ne dispose pas de terme pour distinguer les deux sortes de notions. Le mot "carré" par exemple désigne aussi bien la ligne carrée que la surface carrée. On ne peut donc valablement s'en sortir qu'en disant "ligne carrée" ou "surface carrée", encore que le plus souvent, le contexte de l'emploi du mot "carré" renseigne sur sa signification…

D'autre part, il faut bien remarquer aussi qu'une figure sera davantage perçue comme ligne sur un dessin que si elle est représentée par un bout de carton où la ligne n'est vraiment qu'un concept. A l'inverse, dans un géoplan, la figure étant représentée par un élastique tendu entre des clous, elle sera tout à fait perçue comme ligne !

Pratique pédagogique : Si, comme on vient de le dire, on veut insister sur l'aspect "ligne" d'une figure, on a donc tout intérêt à présenter cette figure en tant que ficelle, élastique, ou tout matériau de type "linéaire" (voir aussi la "géométrie des pailles").

LONGUEUR

Définition 1 (relative au rectangle) :

Dans un rectangle, la longueur est le grand côté (avec toujours cette ambiguïté entre le segment et sa mesure…)

Définition 2 (mesure de longueur) :

Le mot longueur est employé pour qualifier un certain type de mesure, à savoir une mesure d'objets géométriques de dimension 1, autrement dit principalement des lignes.

Il est aisé de définir la longueur d'un segment, à condition de supposer établie la notion de *distance* : dans ce cas, la longueur d'un segment est la distance de ses extrémités.

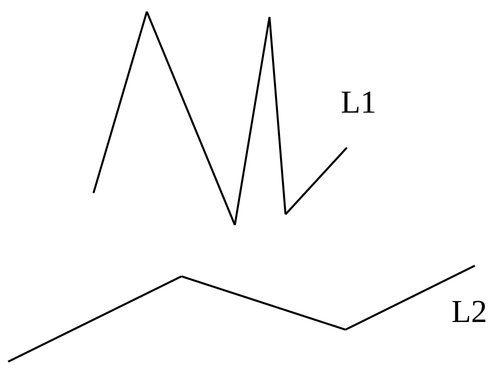
Ensuite, il est assez simple de définir la longueur d'une ligne polygonale (ou "brisée") : c'est la somme des longueurs des segments dont est constituée la ligne polygonale.

Mais pour définir la longueur d'une ligne non polygonale, on est obligé de recourir à des notions dont la subtilité dépasse le cadre de l'école élémentaire et de cet ouvrage…

N.B. Le mot périmètre n'est rien d'autre que le mot employé pour désigner la longueur d'une ligne polygonale dans le cas où celle-ci est fermée.

Idée intuitive : la notion de longueur est intuitive pour un segment puisqu'elle se confond avec la notion de distance. Pour les lignes autres que les segments, l'idée est celle de longueur de la trajectoire que constitue le parcours de la ligne. On peut aussi imaginer que la ligne est une ficelle. Sa longueur est alors la longueur du segment que devient la ficelle si on la tend.

Difficultés : un élève qui découvre la longueur d'une ligne autre qu'un segment risque de penser que c'est encore la distance entre les extrémités de la ligne. Il est courant en CE2 de voir des enfants affirmer que des deux lignes ci-dessous, c'est la ligne L2 qui est la plus longue.



D'une manière plus générale, il est fréquent que des mesures diverses soient confondues avec une mesure de longueur, et même avec la distance entre des points d'une figure, pris comme "extrémités" de cette figure (voir le mot angle).

Pratique pédagogique : Il est très souhaitable de travailler attentivement cette difficulté en faisant déterminer, par mesure et calcul, les longueurs de nombreuses lignes.

On aura soin, tout particulièrement, d'inclure tout ce qui touche aux périmètres dans cette progression sur la notion de longueur;

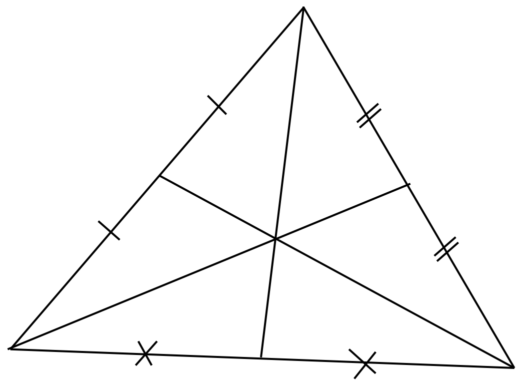
Un conseil d'un autre ordre est de faire pratiquer par les élèves des mesures dans des conditions diversifiées en ce qui concerne les instruments et les choses que l'on mesure : ce n'est pas pareil de mesurer avec un double-décimètre, avec un mètre-ruban ou avec un double décamètre. Ce n'est pas non plus la même chose de mesurer un segment tracé sur une feuille que de mesurer la longueur d'une table, ou une longueur de papier provenant d'un rouleau…

MÉDIANE

Définition : Dans un triangle, on appelle médiane un segment qui joint un sommet du triangle au milieu du côté opposé à ce sommet.
N.B. Les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé centre de gravité du triangle.

Difficulté : La médiane est parfois confondue avec la bissectrice car on se dit, à tort, que partageant le côté en deux segments égaux, elle partagerait l'angle en deux angles égaux…

Pratique pédagogique : Bien que la notion de médiane ne soit pas explicitement au programme, il nous paraît intéressant d'en faire l'objet de T.P. avec les élèves dès le CE2. C'est en effet la plus facile à construire des lignes du triangle, cela permet de faire pratiquer la mesure des côtés, la recherche du milieu. Le fait que les trois médianes soient concourantes est un résultat remarquable qui tout à la fois gratifie les élèves qui ont correctement réalisé leurs tracés et peut susciter leur intérêt pour la géométrie. Ils peuvent par exemple se demander si c'est vrai dans tout triangle.



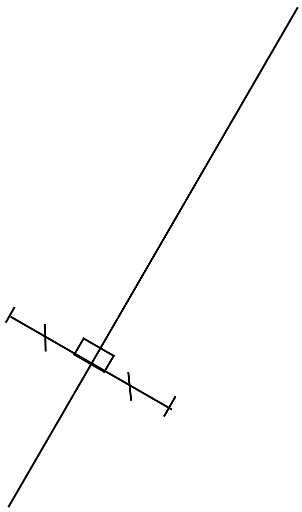
On peut même réaliser le triangle dans du carton et vérifier que le centre de gravité est un point d'équilibre pour cet objet.

MÉDIATRICE

La médiatrice d'un segment possède un certain nombre de propriétés qui sont caractéristiques. Cela fait qu'on peut choisir l'une d'entre elles comme définition, les autres étant alors des conséquences de cette définition.

Énonçons ces **propriétés caractéristiques** :

- ♦ La médiatrice d'un segment est une droite perpendiculaire au segment et passant par le milieu de ce segment.
- ♦ La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment.
- ♦ La médiatrice d'un segment est celui des deux axes de symétrie du segment qui n'est pas support du segment.



Idée intuitive : C'est sans doute la troisième définition qui est la plus proche de l'idée intuitive, mais dans le cas d'une médiatrice "verticale".

Difficulté : L'identification de la médiatrice d'un segment ne se fait bien que dans le cas où celle-ci est verticale, donc le segment étant horizontal (car c'est dans cette position qu'on estime le mieux un angle droit et aussi les égalités de longueurs, donc le milieu d'un segment).

Pratique pédagogique : C'est une notion assez délicate car la médiatrice n'est aisément identifiée que dans une position prototypique. Si donc on désire la travailler (ce qui ne présente aucun caractère d'obligation) il faut éviter de se cantonner dans ce prototype.

Observons que le moment le plus approprié pour cette étude serait la symétrie : dans une situation de symétrie, en effet, l'axe de symétrie est la médiatrice du segment dont les extrémités sont un point et son image par la symétrie (ceci peut même constituer la définition de la symétrie, voir ce mot).

MESURE

La notion de mesure dépasse largement le cadre de la géométrie (que l'on songe seulement à des mesures de masse ou de durée…) En conséquences, nous ne considérerons que des mesures qui interviennent dans un contexte géométrique.

De toutes façons, la notion de mesure, même limitée à son usage en géométrie, est un concept complexe et ne peut faire l'objet d'une définition précise dans un cadre aussi limité que celui d'un lexique. Nous nous contenterons donc d'une définition simplifiée et approximative.

Définition "simplifiée et approximative" :
On appelle mesure toute fonction qui fait correspondre un nombre réel positif à tout objet géométrique appartenant à un certain référentiel, et qui vérifie les conditions suivantes :
- la mesure de l' "objet vide" est nulle,
- si deux objets sont disjoints, la mesure de leur réunion est la somme des mesures.

Le référentiel dont il est fait mention permet de distinguer trois sortes au moins de mesures géométriques :
- si ce référentiel est un ensemble d'objets de type ligne (à une dimension) on parle de mesure de longueur,
- si le référentiel est un ensemble d'objets de type surface (à deux dimensions) on parle de mesure d'aire
- si le référentiel est un ensemble d'objets de type solide (à trois dimensions) on parle de mesure de volume.

Idée intuitive : La mesure d'un objet géométrique est la mise en forme scientifique d'une notion intuitive liée à nos perceptions et s'apparentant à ce qu'on appelle usuellement une « grandeur ». Nous avons l'idée d'étendue, de longueur, d'espace occupé, fondée sur nos perceptions et notre expérience motrice. Mais ces notions demandent à être précisées et c'est le rôle du concept de mesure.

Difficultés : Elles sont précisément liées à nos intuitions pas toujours adaptées. Ainsi un enfant a du mal à appréhender exactement ce que c'est qu'une aire et il se figurerait volontiers que c'est une espèce de longueur (voir le mot aire) ou d'étendue telle que l'"envergure", au sens où on en parle pour un oiseau ou un avion.
Une autre difficulté est liée à une confusion fréquente avec ce qu'on appelle une grandeur repérable. Ainsi, on pourrait croire que la température est une mesure alors que ce n'est qu'une grandeur repérable. Un moyen évident pour s'en apercevoir est de constater que ce n'est pas une fonction additive : ajouter de l'eau à 20° à de l'eau à 10° ne donne pas de l'eau à 30° ! !

Pratique pédagogique : Nous le redisons dans les cas particuliers des mesures de longueur : il est très important, essentiel même, que l'enfant ait une pratique très fréquente, diversifiée et complète des mesures.

Cela signifie avoir à chercher la mesure d'objets les plus divers, notamment en taille : mesurer les éléments d'une figure géométrique dessinée, bien sûr, mais aussi d'objets plus grands, métrages de tissus, dimensions de divers lieux de l'école, estimation de mesures de plus grands éléments : bâtiments, montagnes, etc.

Cela suppose la pratique d'instruments de mesures divers, pas seulement le double décimètre, mais aussi le mètre ruban, le double décamètre ; cela suppose aussi l'obtention des mesures par des moyens divers, entre autres, le calcul, l'estimation, la lecture de plans, l'application d'échelles, etc.

MILIEU

Définition : Un segment [AB] étant donné, on appelle milieu de ce segment, le point I appartenant au segment [AB] tel que AI = IB, c'est-à-dire le point qui « partage le segment en deux segments de longueurs égales ».

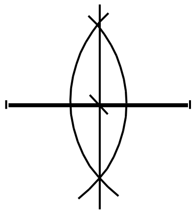
Idée intuitive : La définition rejoint parfaitement l'idée intuitive de partager le segment en deux.

Difficultés : Peu de difficultés réelles. Il s'agit essentiellement dans la pratique de savoir placer correctement ce milieu, ce qui repose pour une grande part sur une utilisation correcte du double décimètre. Mentionnons aussi la petite tendance à appeler, à tort, « milieu », des points qui seraient plutôt des « centres » (centre du cercle, intersection des diagonales d'un carré, etc.)

Pratique pédagogique :

On multipliera les occasions de faire construire des milieux de segments par les élèves.

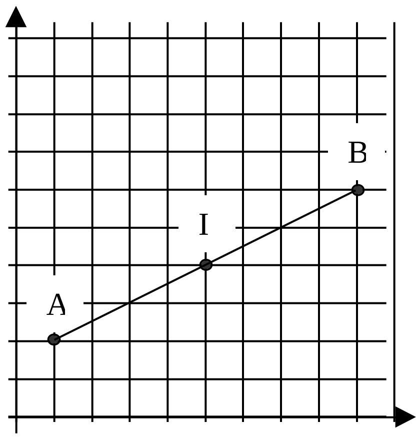
Rappelons entre autres la construction avec le compas (qui revient en fait à construire la médiatrice) et qui semble praticable en CM.



Certaines règles sont graduées avec une origine au centre. Il est intéressant de les utiliser pour construire le milieu.

Ce qui est intéressant c'est d'avoir de nombreuses occasions de placer des milieux dans des conditions « auto-validantes ». Par exemple, le tracé des médianes (voir ce mot) d'un triangle implique un placement correcte des milieux des côtés. La validation est le fait que correctement tracées, ces médianes doivent être concourantes.

Mentionnons aussi l'intérêt de travailler dans un repère cartésien : le milieu d'un segment a pour coordonnées la demi-somme des coordonnées des extrémités du segment. Ainsi, sur la figure ci-contre, il est aisé de remarquer que les coordonnées de I (5 ; 4) sont la demi somme de celles de A (1 ; 2) et B (11 ; 6).



OBLIQUE

Le sens le plus correct pour ce mot, géométriquement parlant, en fait un nom plutôt qu'un adjectif : on parle d'« une oblique ».

Définition : Une oblique est une droite d'une catégorie qui implique que l'on sous-entende une direction (ou une droite) de référence. Dans ce cas, une droite est dite une oblique si elle n'est ni parallèle, ni perpendiculaire à la direction en question. Le mot oblique peut aussi désigner une direction avec la même signification.

Idée intuitive : Cela correspond assez bien à la définition si la direction de référence est réputée être l'horizontale ou la verticale. Les enfants diraient volontiers « penchée ».

Difficulté : Elle est liée aux prototypes : si la direction de référence n'est plus l'horizontale ou la verticale, le mot oblique risque de désigner une direction qui n'est précisément pas oblique vis à vis de cette direction.

Pratique pédagogique : dans l'ensemble il vaut sans doute mieux s'abstenir de l'utiliser et recourir plutôt à la périphrase : « non perpendiculaire », ou « non parallèle »

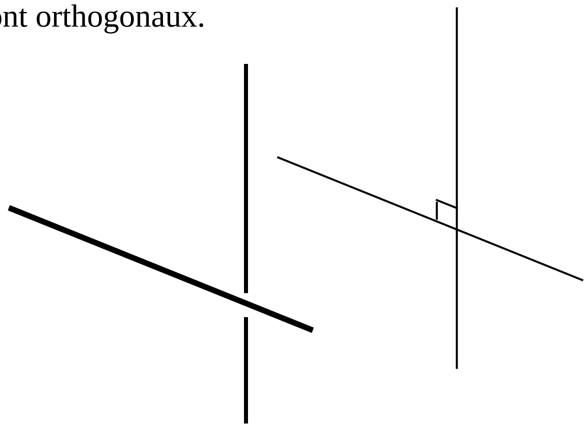
ORTHOGONAL(E)

Le mot orthogonal a un sens voisin du mot perpendiculaire. La distinction, en première approche, est que des éléments orthogonaux ont en général une intersection vide. C'est le cas de droites dans un espace à trois dimensions, ou de segments dans un espace à deux dimensions.

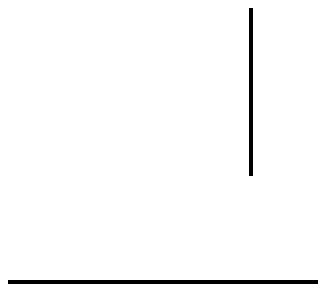
En fait, le concept d'orthogonalité concerne plutôt les directions de droites que les droites ou les segments eux-mêmes.

Définition : Deux directions de droites sont dites orthogonales si elles ont des représentants perpendiculaires.

Par extension, des droites elles-mêmes seront dites orthogonales si leurs directions sont orthogonales, et des segments peuvent être dits orthogonaux si les directions de leurs supports sont orthogonaux.

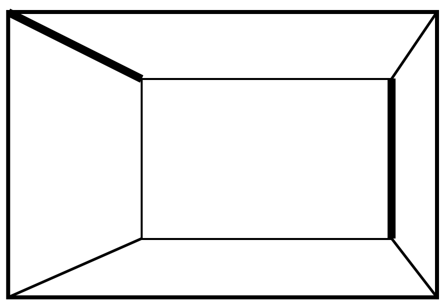


Droites orthogonales
dans l'espace



Segments orthogonaux
dans le plan

Idée intuitive : En fait, la notion relève assez peu du domaine courant. Si on veut s'en faire une idée intuitive qui repose sur une situation usuelle, il suffit de regarder dans une pièce l'arête formée par un mur et le plafond (arête horizontale, donc) et l'arête formée par deux murs (donc verticale), cette dernière ne rejoignant pas la précédente :



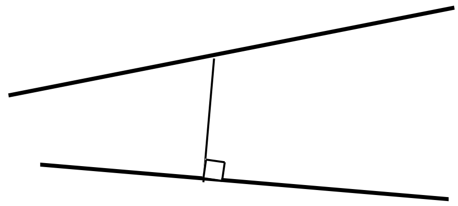
Difficultés : C'est l'usage peu fréquent de cette distinction par rapport aux perpendiculaires qui peut faire difficulté.

Pratique pédagogique : Notion rarement abordée à l'école. On se contentera donc d'utiliser le mot quand l'occasion se présentera, par exemple à propos de deux arêtes d'un parallélépipède, on signalera en quoi cela n'est pas exactement synonyme de perpendiculaire et on n'insistera pas davantage…

PARALLÈLE

Définition : Une droite (D_1) est dite parallèle à une autre droite (D_2) si les deux droites appartiennent à un même plan et si elles n'ont pas de point commun.

Idée intuitive : Deux droites parallèles ont « tout le temps le même écartement »…



On pourrait être tenté d'utiliser cette idée pour construire la définition, mais ce serait plus compliqué car l'écartement de deux droites supposerait un segment perpendiculaire à l'une des deux droites. Comme a priori ce segment perpendiculaire ne serait pas forcément perpendiculaire à l'autre, la notion d'écartement resterait vague pour deux droites en général.

Disons que l'idée d'écartement n'a effectivement de sens que pour des parallèles. Or on ne peut pas supposer a priori les droites parallèles pour définir le parallélisme.

Autrement dit, la notion même d'écartement ne peut prendre de sens que dans le cas de parallèles. C'est donc bien le parallélisme qui est la notion première, celle sur laquelle on doit s'appuyer.

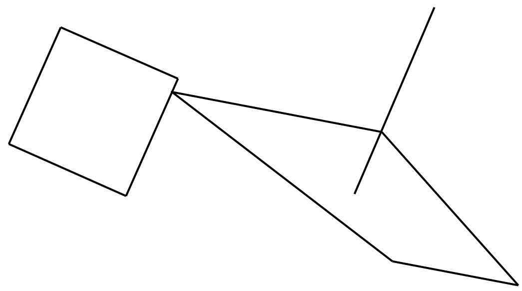
Difficultés : A part ce problème d'écartement, les difficultés sont liées au fait que l'on ne peut pas, à l'école, utiliser l'idée d'infini et donc pas l'intersection vide. Ce que l'on peut faire percevoir, c'est peut-être l'idée de « même direction ».

Il faut pour cela accepter de sortir des représentations prototypiques et donner à voir des parallèles de toutes orientations et de toutes « dimensions ».

Voir aussi la confusion fréquente entre le mot « parallèle » et le mot « perpendiculaire » (voir ce mot)

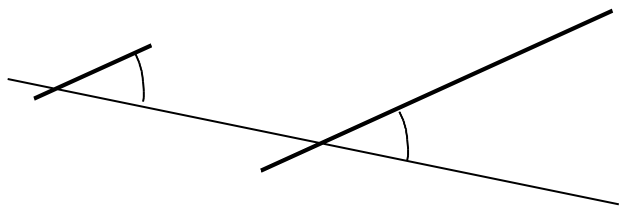
Pratique pédagogique : Voici déjà deux situations non prototypiques :

Et puis il faut aussi savoir percevoir des parallèles dans des situations complexes où le parallélisme est moins évident :
Par exemple, trouver les parallèles
Dans la situation ci-contre :



La perception de parallèles, la description de situations dans lesquelles se trouvent des parallèles se complètent pas des situations dans lesquelles les élèves sont amenés d'une part à vérifier par des mesures que des segments sont parallèles, d'autre part à construire des parallèles.

La vérification n'est pas toujours évidente à concevoir, par exemple dans le cas de segments de longueurs différentes et « décalés » l'un par rapport à l'autre comme sur la figure qui suit. Une solution consiste à tracer une sécante et à comparer les angles, soit au moyen d'un rapporteur, soit en décalquant l'un des deux pour le comparer à l'autre par le truchement du calque :



Cette vérification « par les angles » contribue bien à nourrir le concept de lignes « de même direction »

De plus, ce principe de vérification peut aussi être mis en œuvre pour la construction. En effet, il existe une construction de droites parallèles que tout le monde connaît et pratique, alors qu'elle est peut-être nuisible, à savoir la *construction de parallèles à l'aide de l'équerre*. Or il est probable que cette construction à l'aide de l'équerre est en partie responsable de la fréquente confusion entre parallèles et perpendiculaires. Nous proposons donc de lui substituer une construction à l'aide d'un gabarit d'angle autre que l'angle droit : il suffit d'utiliser le gabarit exactement comme on suggère le plus souvent d'utiliser l'équerre, c'est-à-dire en le faisant glisser le long d'une règle (voir le mot PERPENDICULAIRE).

Mentionnons aussi un moyen intéressant de construire des parallèles : celui qui utilise une carolette, parfois appelée translateur, et qui est une règle dotée de deux roulements permettant de déplacer la règle tout en lui conservant une direction constante.

PARALLÉLOGRAMME

Le parallélogramme est un quadrilatère qui peut se définir de multiples manières. Nous proposons quatre de ces définitions :

Définition 1 :

Un parallélogramme est un quadrilatère convexe dont deux côtés opposés sont parallèles et les deux autres aussi.

Définition 2 :

Un parallélogramme est un quadrilatère convexe dont deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur.

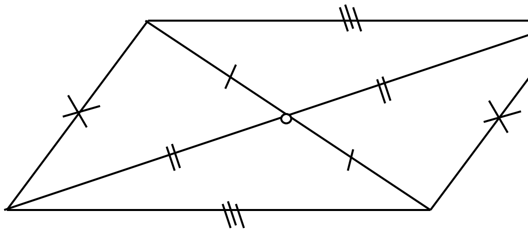
Définition 3 :

Un parallélogramme est un quadrilatère convexe dont deux côtés opposés sont de même longueur et les deux autres aussi.

Définition 4 :

Un parallélogramme est un quadrilatère convexe dont les diagonales se coupent en leur milieu.

Etc.



Idée intuitive :

Les définitions 1 et 3 sont sans doute celles qui traduisent le mieux l'idée intuitive.

Difficultés :

Les élèves font couramment l'erreur de croire cette figure invariante dans une symétrie axiale, alors qu'elle est invariante dans une symétrie centrale.

Plus globalement, cette figure est concernée par les questions d'inclusions de classes pas très évidentes à concevoir pour des élèves de l'école primaire.

En particulier, il faut rappeler que la famille des parallélogrammes est une sous-famille de celle des trapèzes, et que par ailleurs, la famille des rectangles comme celle des losanges sont des sous-familles de celle des parallélogrammes.

Ces inclusions ne sont pas forcément faciles à admettre pour des enfants avant le CM… et même parfois plus tardivement. Par exemple on tend à penser que le mot rectangle étant distinct du mot parallélogramme, cela signifierait que les deux catégories d'objets sont distinctes.

Pour lever la difficulté, on peut tenter de dire momentanément « un parallélogramme rectangle ».

…/…

Pratique pédagogique :

Pour venir à bout des difficultés précédemment évoquées, on peut conseiller :

- d'étudier le parallélogramme parmi d'autres figures, pour percevoir les classes et les sous-classes,
- d'étudier le parallélogramme, comme toutes les autres figures, dans des occurrences diverses : figure dessinée, bien sûr, mais pas uniquement ; ne pas omettre le géoplan (planche à clous), ni la géométrie « des pailles », ni les figures découpées dans du carton ou du papier et qui peuvent se tourner, se retourner, se plier…

Parmi toutes les PROPRIETES (voir ce mot) du parallélogramme, très accessibles aux enfants de CM, se poser la question de celles qui, groupées, constituent une définition de ce type de figure.

PATRON

Il pourrait être tentant de définir le patron de manière à en faire un équivalent du terme développement, avec simplement la nuance que le développement serait obtenu à partir d'un solide que l'on « met à plat » alors que le patron serait l'objet plan qui va devenir un solide par pliage et collage. Le développement serait en aval du solide et le patron en amont.

Mais il nous semble utile de profiter de l'existence des deux mots pour apporter une distinction plus intéressante et indépendante du déroulement d'une action.

Nous serons du reste conduits, par le fait, à limiter le sens de ce mot au contexte des polyèdres.

Définition :

Le patron d'un polyèdre convexe est une figure plane répondant aux trois conditions suivantes :

Condition 1 : la figure est constituée d'une juxtaposition des faces du polyèdre,

Condition 2 : on ne peut pas la décomposer en deux figures qui n'auraient qu'un point commun,

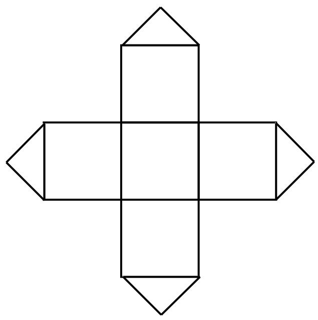
Condition 3 : par un pliage convenable de la figure, on obtient le polyèdre.

Commentaires relatifs à cette définition :

La condition 3 est, pour tout un chacun, ce qui définit un patron de polyèdre…

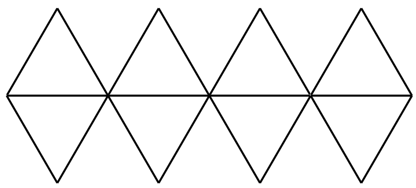
La condition 1 permet de délimiter la catégorie et d'éviter des figures telles que celle-ci :

Ci-contre, voici en effet un développement du cube qui ne répond pas à la définition d'un patron (l'une des faces du cube est obtenue par réunion de quatre triangles isocèles rectangles).



La condition 2 permet d'éviter des développements qui auraient cette allure :

Ci-contre, voici un « développement » de l'octaèdre fréquemment proposé, mais dont le découpage donne plutôt quatre morceaux qu'un seul !

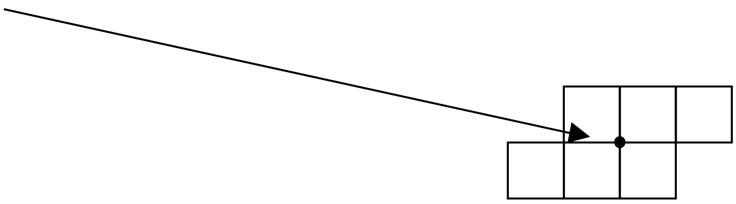


Par ailleurs, on a restreint la définition aux polyèdres convexes pour la simple raison qu'il n'y a qu'eux qui constituent une famille pour laquelle on puisse effectivement envisager un patron avec ce sens précis. Ainsi, les polyèdres étoilés nécessitent le plus souvent l'assemblage de plusieurs pièces distinctes ou disjointes.

Idée intuitive :
Le patron d'un polyèdre n'est pas un véritable concept. Nous ne considérons pas qu'il soit nécessaire d'en donner une idée intuitive…

Difficultés :
Trouver un patron, et *a fortiori* tous les patrons d'un solide donné suppose avoir une bonne représentation de l'espace à trois dimensions et une pratique du passage des deux dimensions du plan aux trois dimensions de l'espace.

Pratique pédagogique :
C'est un truisme d'affirmer qu'une pratique effective est indispensable pour maîtriser la géométrie 3D (i.e. ne se contentant pas de ce qu'on trouve dans un livre).
À propos des patrons, il faut insister sur l'intérêt qu'il y a, après une phase très expérimentale et manipulatoire, à entraîner les enfants à reconnaître si une figure est réellement un patron d'un solide, sans plus faire appel à l'expérimentation mais en faisant appel à d'autres critères de reconnaissance.
Ainsi, la figure ci-dessous n'est pas un patron d'un cube. On doit être capable de l'affirmer sans chercher à construire le cube mais en observant par exemple que la figure présente un sommet commun à 4 carrés, chose qui ne se trouve pas dans le cube.

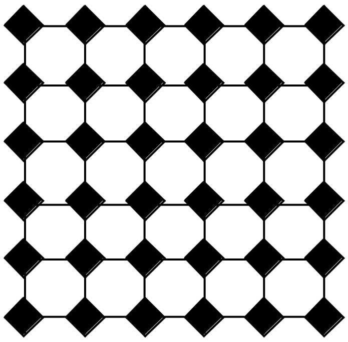


PAVAGE

Bien qu'il soit possible de parler de pavages de l'espace, nous ne parlerons ici que de pavage en deux dimensions, à savoir les pavages d'une surface.

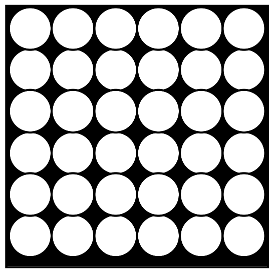
Définition : Le pavage d'une surface est le recouvrement de cette surface par un ensemble de figures dont la réunion constitue cette surface, les figures étant elles-mêmes disjointes entre elles (absence de chevauchement).

Il est usuel en mathématiques de s'intéresser plus particulièrement à des pavages qui présentent un certain caractère de périodicité et / ou de symétries dans deux directions.

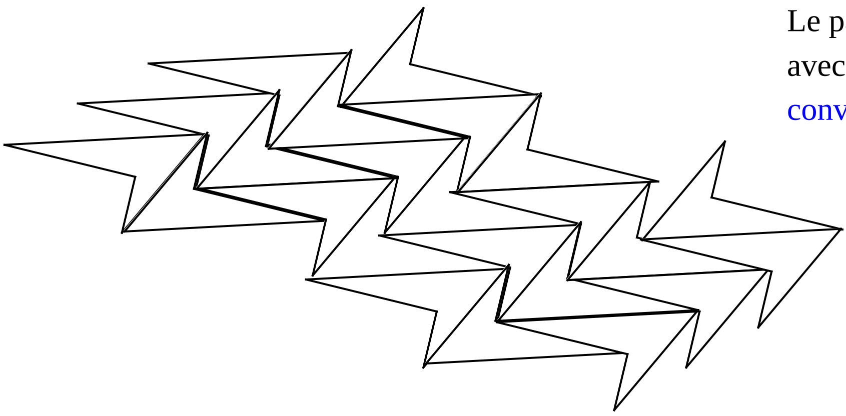


Pavage réalisé avec des carrés et des octogones.

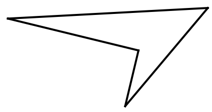
Pavage réalisé avec des cercles et des quadrilatères curvilignes



De plus on s'intéresse tout spécialement aux pavages constitués d'une seule figure répétée par simple translation et ou diverses rotations ou symétries.

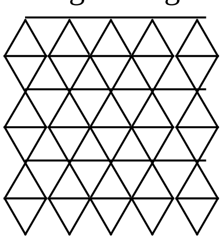


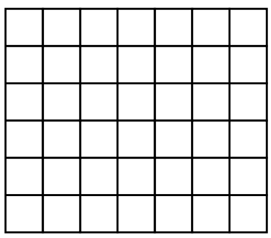
Le pavage ci-contre est réalisé avec ce seul quadrilatère non convexe :

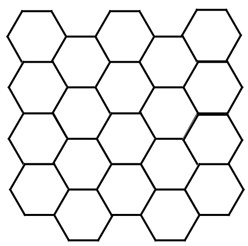


Idée intuitive : le mot pavage évoque bien sûr les pavés des rues ou des allées, ces pavages donnant, surtout de nos jours, des exemples assez bons et variés de pavages géométriques.

Mais les pavages les plus classiques sont ceux réalisés au moyen d'un polygone régulier de base, et on sait alors que seuls permettent de tels pavages le triangle équilatéral, le carré et l'hexagone régulier :







Difficultés : Elles apparaissent dès qu’on s’écarte de la manipulation empirique et des pavages les plus classiques et qu’on veut se livrer à une étude plus générale sur le sujet. Il vaut mieux dans ce cas consulter les ouvrages spécialisés.

Pratique pédagogique : La pratique des pavages peut être intéressante si on s’efforce d’en comprendre la structure dans certains cas pas trop complexes.

Ce qui importe c’est de percevoir d’une part la périodicité et d’autre part d’être capable de formuler les transformations qui opèrent au sein du pavage.

Un lexique ne permet pas de développer suffisamment ce sujet et nous renvoyons le lecteur aux ouvrages spécialisés qui traitent de ce sujet.

PÉRIMÈTRE

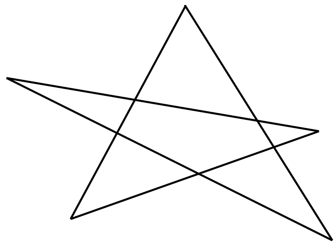
Définition :

Le périmètre d’une figure définie en tant que ligne est la longueur de cette ligne.

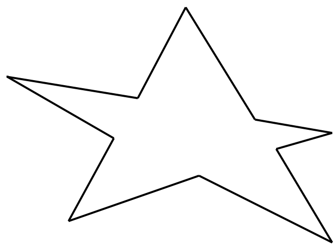
N.B. Cette définition vaut pour toutes sortes de lignes, polygonales, courbes, et même des lignes pas forcément fermées. Dans ce dernier cas on pourrait, à la limite, parler du périmètre d’un segment pour parler de sa longueur…

On peut préférer parler du périmètre d’une figure constituée d’une ligne fermée…

D’aucuns préféreront même parler du périmètre d’une ligne non croisée, car évidemment, pour une ligne croisée, le périmètre ne serait pas seulement la longueur de son contour, mais bel et bien la longueur de toute la ligne qui constitue la figure, par exemple la somme des longueurs des 5 segments qui constituent
le pentagone étoilé ci-dessous :



Alors que le contour de la figure précédente aurait plutôt l’allure suivante :



Idée intuitive :

Précisément, l’idée intuitive pour le périmètre serait celle de « tour » ou « contour » de la figure, avec un sens qui du reste confond un peu la ligne et sa longueur, comme ce fut longtemps le cas dans l’histoire de notre enseignement…

Difficultés :

La difficulté classiquement rencontrée est la confusion avec l’aire, confusion qui traduit en fait une non compréhension profonde de ce qu’est le périmètre, celui-ci étant le plus souvent limité aux yeux des enfants à une formule liée à une figure, sans trop bien savoir ce que cette formule représente.

Pratique pédagogique :

Si la pratique pédagogique se donne comme but d’éviter la confusion précédemment dénoncée, il faudra dissocier le plus souvent les travaux relatifs au périmètre de ceux relatifs à l’aire. Il faudra notamment présenter le périmètre comme cas particulier de longueur, sorte d’aboutissement de toutes les activités relatives à cette notion de mesure de longueur.

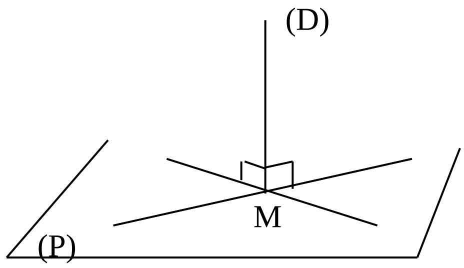
Corrélativement, cela implique de nombreuses activités de détermination expérimentale de périmètres, sans recours à des formules toutes faites. Il faut que l’enfant se persuade que le périmètre d’une figure peut exister même si on ne dispose pas de formule pour le calculer.

PERPENDICULAIRE

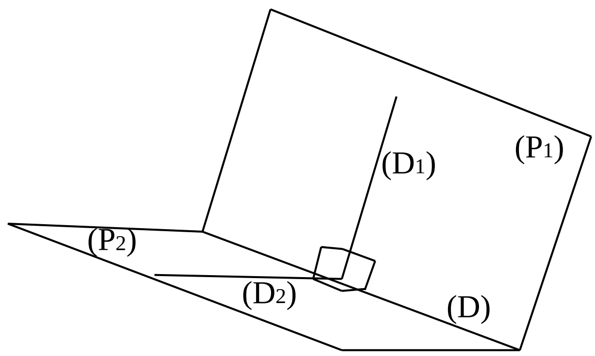
Il est en fait nécessaire de donner trois définitions de ce mot selon qu'il concerne deux droites, une droite et un plan, ou deux plans…

Définition 1 : On dit qu'une droite (D1) est perpendiculaire à une droite (D2) si ces deux droites sont situées dans un même plan et si leur angle est droit (voir ce mot). Cette relation étant symétrique, on peut aussi utiliser la formulation consistant à dire que les droites (D1) et (D2) sont perpendiculaires.

Définition 2 : Soit (P) un plan et (D) une droite dont l'intersection avec le plan est réduite à un point M. On dit que (D) est perpendiculaire à (P) si (D) est perpendiculaire à toute droite du plan (P) passant par M.
En fait, il suffit que (D) soit perpendiculaire à deux droites de (P) passant par M pour que (D) soit perpendiculaire à toute droite de (P) passant par M et on peut donc se contenter de cette définition.



Définition 3 : Soient (P1) et (P2) deux plans non parallèles et (D) leur droite d'intersection. Soit (D1) une droite de (P1) perpendiculaire à (D) en M et (D2) la droite de (P2) perpendiculaire à (D) en ce même point M. On dit que (P1) est perpendiculaire à (P2) si et seulement si (D1) est perpendiculaire à (D2).



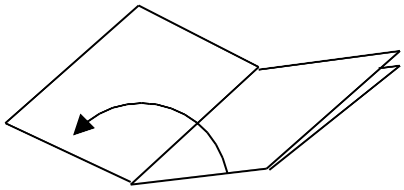
N.B. 1 Un usage assez répandu voudrait que l'on puisse employer le mot perpendiculaire pour étendre la notion par exemple à des segments. Cela pose néanmoins le petit problème de savoir si l'on suppose dans ce cas que les éléments en question aient ou non des éléments de contact. Par exemple dira-t-on que les deux segments ci-contre sont perpendiculaires :

N.B. 2 Dans ce dernier cas, et plus généralement dans l'espace en trois dimensions, on emploie de préférence l'adjectif « orthogonal » (voir ce mot) pour exprimer que deux objets (droites, demi-droites ou segments) ont des directions perpendiculaires sans qu'ils aient d'éléments de contact.

Idée intuitive : Comme pour l'angle droit, on peut estimer que l'idée intuitive liée à la notion de perpendiculaires est fondée sur la verticale et l'horizontale.

Une idée qui peut aussi reposer sur l'intuition est que deux droites perpendiculaires forment entre elles le plus grand écart de directions possible.

Une autre idée enfin, liée à la classique construction d'un gabarit d'angle droit en pliant deux fois une feuille de papier, est que l'angle droit est la moitié d'un angle plat :

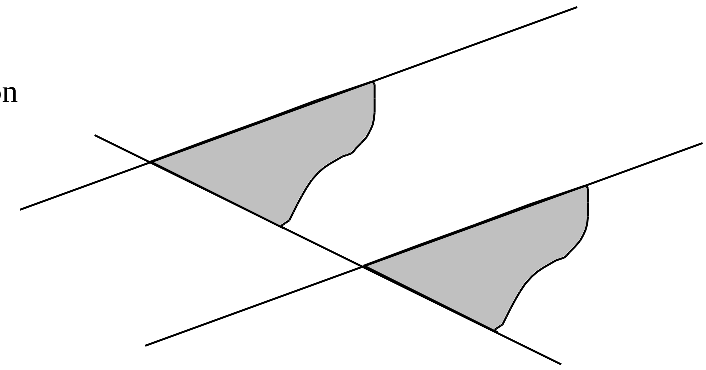


Difficultés : Le mot « perpendiculaire » est très souvent confondu avec le mot « parallèle ». C'est évidemment gênant dans la mesure où ces termes sont presque en opposition : des parallèles ont une « différence de direction » nulle, alors que des perpendiculaires ont une « différence de directions » maximum. De telles confusions se produisent souvent lorsque deux termes sont « pédagogiquement jumelés » (voir par exemple le problème « aire / périmètre »).

Dans le cas de la confusion perpendiculaire / parallèle, il peut y avoir une raison liée à la construction traditionnelle des parallèles avec l'équerre utilisant le fait que deux perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles. L'usage de l'équerre pour tracer des parallèles ne risque-t-il pas d'induire la confusion, le même instrument étant utilisé pour les deux notions ?

On ne peut donc que conseiller d'éviter cette construction en lui préférant une construction qui, pour les parallèles, utilise un gabarit d'angle autre que 90°.

De la sorte, l'équerre réservé à la construction
et à la vérification de l'angle droit,
sera l'instrument caractéristique
des perpendiculaires.

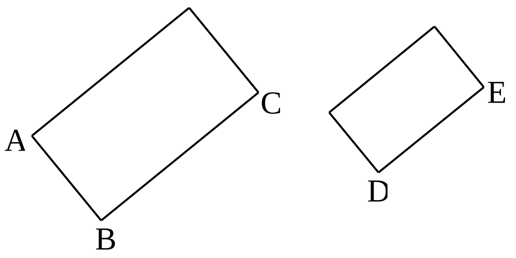


Pratique pédagogique :

En dehors de ce dernier point, on peut redonner ici les mêmes conseils que ceux donnés à propos des parallèles, à savoir notamment une préférence pour la rencontre fréquente de cette notion à travers de nombreuses situations.

Il faudra en particulier faire rechercher les perpendiculaires dans les cas non prototypiques, en particulier ne pas hésiter à proposer des segments perpendiculaires sans points de contacts :

Par exemple, dans la figure ci-contre,
il faut pouvoir trouver parmi les segments perpendiculaires à [AB], non seulement les segments tels que [BC],
mais aussi les segments comme [DE].

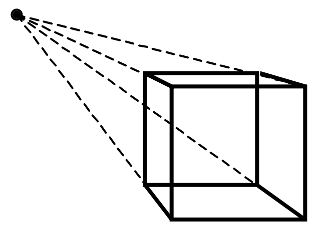


PERSPECTIVE

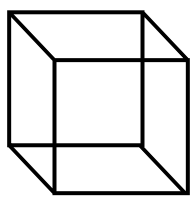
Définition approximative : La perspective désigne certaines modalités pour la représentation plane d'objets ou de situations tri-dimensionnelles. Ces modalités sont toutes orientées vers la même intention qui est de donner de l'espace une représentation voisine de celle que donne la vision monoculaire (il faut en exclure les problèmes de simulation du relief qui relèvent de la stéréoscopie ou de l'holographie).

Sans entrer dans les détails, il faut savoir que l'on distingue usuellement la perspective dite « cavalière » de la perspective « projective » encore dite « à point de fuite ».

Seule cette dernière restitue une représentation des objets comme le fait la vision monoculaire ou photographique. La perspective cavalière donne quant à elle l'équivalent d'une vision « à l'infini », mais se trouve plus simple à gérer et à utiliser dans la mesure où elle conserve notamment le parallélisme.



Cube en perspective à point de fuite (les arêtes “fuyantes” convergent virtuellement en un point, dit “point de fuite”).



cube en perspective cavalière (les arêtes fuyantes sont parallèles)

Idée intuitive : Il est clair que la définition repose sur une idée intuitive. Le mieux est sans doute de songer à une représentation photographique.

Difficultés et pratique pédagogique : On pratique assez peu la perspective à l'école si ce n'est la perspective cavalière et uniquement dans le « sens de la lecture » c'est-à-dire sans demander aux enfants de produire de telles représentations mais seulement en leur demandant d'interpréter une représentation toute faite (niveau Cycle III).

POINT

Définition : A priori, on peut dire à propos du point que c'est à la fois un élément premier et un élément minimal de la géométrie.
C'est un élément premier de la théorie géométrique en ce sens qu'il ne peut pas être défini au moyen d'autres éléments (sans tomber dans des définitions « circulaires » du genre « le point est l'intersection de deux lignes » et « la ligne est un ensemble de points »…).
C'est un élément minimal au sens où il ne peut pas contenir d'éléments autres que lui-même.
Ajoutons qu'on le décrit souvent comme élément de dimension zéro.

Idée intuitive : On ne peut avoir une idée intuitive du point que si on a une idée intuitive de l'infiniment petit. Par exemple on dira qu'un point est ce qu'on obtiendrait avec un crayon « infiniment » bien taillé.

Difficultés : En dehors de ces questions directement liées au concept et à sa représentation, la principale difficulté pédagogique que l'on rencontre est de faire comprendre qu'une ligne est effectivement constituée de points.
Ainsi, lorsqu'on parle d'un point situé sur une droite, les enfants s'imaginent le plus souvent que le point a été rajouté à la droite, qu'il a été posé sur la droite comme un oiseau est posé sur un fil ou une perle enfilée sur une ficelle.
De même, le sommet d'une figure est difficilement identifiable à un point parce que là encore, il ne s'agit que de l'extrémité commune à deux segments. Or les enfants ne pensent pas aux extrémités d'un segment en tant que points, mais seulement en tant que partie ou région particulière de ce segment.

Pratique pédagogique : Pour venir à bout des difficultés précédemment décrites – et cela ne se fera qu'à la longue – deux idées peuvent être mises en œuvre :

- La première consiste à se situer dans des contextes où les points sont matérialisés. Par exemple, le géoplan (ou planche à clous) donne une « consistance » aux points. Ainsi les sommets d'un polygone sont bien matérialisés si le polygone est réalisé en tendant un élastique sur les clous d'un géoplan.
- La deuxième consiste à se placer dans des situations où les points devront être nommés, acquerrant ainsi une existence. C'est le cas de la situation de transmission de messages où il est souvent avantageux pour désigner un polygone de le désigner par ses sommets.

POLYÈDRE

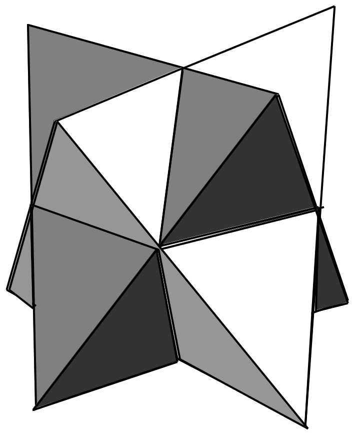
Définition : Un polyèdre est un solide (donc un objet de l'espace à trois dimensions) respectant plusieurs critères :

- Il est constitué exclusivement d'un ensemble fini de polygones appelés les faces du polyèdre.
- Les côtés des polygones ne sont jamais libres, c'est-à-dire qu'ils appartiennent toujours à au moins deux polygones de l'ensemble. On appelle ces côtés les arêtes du polyèdre.
- On peut passer de toute face à toute face du polyèdre par une suite de faces adjacentes entre elles.

N.B. Le premier critère fait que le polyèdre n'a que des faces planes.

Le deuxième critère permet d'éviter les objets « ouverts ».

Le troisième évite de considérer comme étant un polyèdre la réunion de deux polyèdres. Par exemple, l'objet ci-dessous est en réalité la réunion de deux tétraèdres imbriqués :



Idée intuitive : Beaucoup d'objets réalisés par l'homme sont de forme polyédrique. C'est le cas de nombreux emballages, de constructions…

Difficultés : Elles sont nombreuses et nous ne pouvons pas les évoquer dans un cadre aussi restreint. Indiquons surtout ici celle qui consiste à réduire un polyèdre à l'une de ses faces. Par exemple assimiler le cube à une sorte de carré doté d'une épaisseur, identifier le tétraèdre à une sorte de triangle, etc.

Pratique pédagogique : Précisément, l'intérêt d'une étude des polyèdres réside dans le nouveau regard qu'elle devrait contribuer à donner aux élèves vis à vis des objets tridimensionnels. Ce nouveau regard passe par bien d'autres activités que la seule réalisation d'un patron au cours d'une leçon en fin d'année… Il est nécessaire de porter une observation sur tous les aspects du solide, de le comparer à d'autres, d'en observer l'ombre, d'analyser de quelle manière il apparaît sur une photo, etc.

POLYGONE

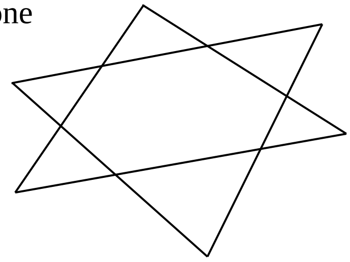
Définition : Un polygone est réputé être une ligne brisée fermée.

Il faut entendre par là qu’elle n’a pas d’extrémité libre.

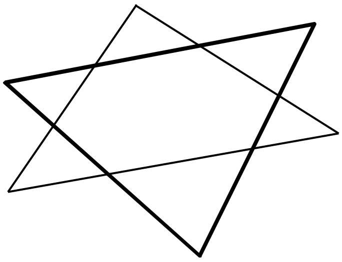
Notons, comme pour les polyèdres qu’il faut éviter de confondre un polygone avec la réunion de deux polygones.

On exigera ainsi que si l’on considère deux sommets distincts M et P du polygone, il existe une suite de côtés consécutifs du polygone qui relie M à P.

On interdit ainsi à la figure suivante d’être un seul polygone



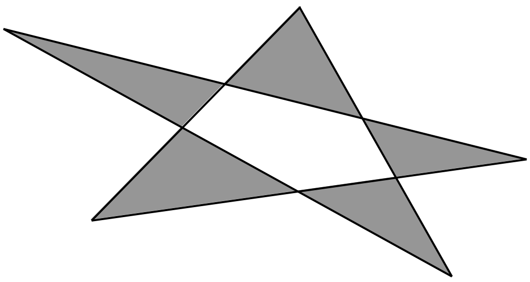
puisqu’elle est en réalité la réunion de deux triangles :



Idée intuitive :

Difficultés : Ce qui peut principalement poser problème, c’est de savoir si un polygone est une ligne ou une surface. Cette question est posée de manière récurrente et nous ne trancherons pas, estimant que le concept réunit les deux idées à la fois.

Redisons toutefois que pour les polygones croisés, ce que l’on doit considérer comme surface, c’est seulement la partie que la topologie considère comme l’intérieur du polygone. Voici l’exemple traditionnel du pentagone étoilé, dans lequel l’intérieur est grisé :



Pratique pédagogique : L’étude des polygones est l'un des principaux objectifs de la géométrie à l’école. Il n’est pas question d’en faire un descriptif complet ici. Indiquons quelques principes qui paraissent fondamentaux bien que souvent non pris en compte ou méconnus :

- Éviter d'étudier les polygones un par un mais commencer par en étudier un ensemble. Étudier les classifications possibles.
- Découvrir progressivement l'inclusion des classes : par exemple un carré est un rectangle particulier, mais aussi un losange particulier (on pourrait définir un carré comme un « losange - rectangle »)
- Éviter ce qui ressemble à un catalogue, mais préférer un travail comparatif.
- Préférer faire établir les définitions et les propriétés par les enfants. Le but n'est pas de les faire apprendre par cœur…

POLYMINO

Au départ gadget pédagogique, le polymino présente suffisamment d'intérêt pour avoir traversé sans dommages une trentaine d'années d'enseignement. Il est pratiquement devenu un objet géométrique et mérite une rubrique de ce lexique.

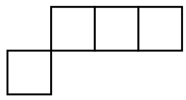
Définition :

On appelle polymino tout assemblage de carrés de mêmes dimensions respectant les contraintes suivantes :

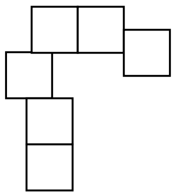
C1 : l'assemblage ne peut pas être constitué de deux parties n'ayant qu'un seul point commun.

C2 : deux carrés de l'assemblage qui ont plus qu'un sommet en commun ont nécessairement un côté en commun.

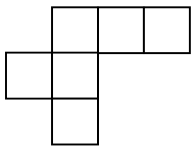
N.B. 1. la première contrainte évite ce genre de cas :



Et la deuxième évite celui-ci :



Voici un bon polymino :



N.B. 2. On est amené à distinguer les polyminos à 4, à 5, à 6 carrés ce qui donne respectivement des tétraminos, des pentaminos, des hexaminos… On se doute bien qu'avec deux carrés on a des… dominos !

Idée intuitive : Comme pour le Tan gram, le polymino s'est développé à travers des activités plutôt ludiques et se confond avec l'objet intuitif qui y est associé.

Difficultés : Pour pouvoir développer des activités utiles avec ces polyminos, il est important de bien respecter les deux contraintes indiquées ci-dessus. Cela peut au départ faire une petite difficulté de mise en œuvre.

Pratique pédagogique : De même que le Tangram, les polyminos sont une véritable mine d'activités et on aura intérêt à consulter les ouvrages et documents qui en traitent spécifiquement.

…/…

Mentionnons en particulier :

- La recherche algorithmique de tous les pentaminos.
- Le classement de polyminos en fonction de leurs caractères de symétrie.
- Le tri des polyminos qui constituent des patrons de solides.
- L'assemblage des pentaminos (ils sont au nombre de 12) pour former un rectangle.
- L'étude des aires, périmètres, fractions, au moyen de polyminos.
- …

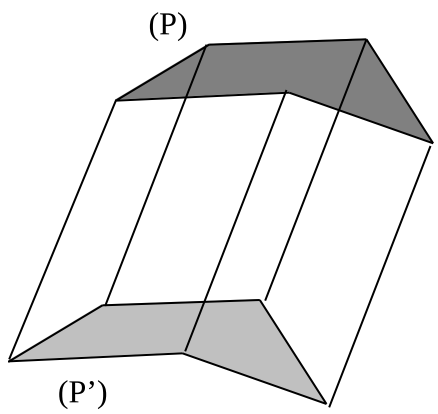
PRISME

Définition : Un prisme est un polyèdre. Sa définition nécessite que soient donnés *a priori* deux éléments qui vont le caractériser : un polygone (P) et l'image (P') de ce polygone dans une translation dont la direction n'est pas parallèle au plan de ce polygone.

Ces éléments étant donnés, le prisme est alors le polyèdre dont les arêtes sont les côtés des polygones ainsi que les segments qui ont pour extrémités les sommets homologues de (P) et (P').

En conséquences, le prisme a pour faces les deux polygones donnés *a priori* – ces deux polygones sont appelés **bases** du prisme – et les parallélogrammes formés à partir des côtés homologues des deux bases. Ces parallélogrammes sont souvent appelées faces latérales du prisme.

La figure ci-contre donne un exemple de prisme :



Indiquons que si la translation qui associe (P') à (P) a une direction orthogonale aux plans des polygones, alors on dit que le prisme est **droit**. Dans ce cas, les faces latérales sont des rectangles.

Si de plus, le polygone de base est régulier, le prisme est dit régulier.

Idée intuitive :

Dans le langage courant, le mot prisme désigne en général un prisme à base triangulaire, notamment dans le domaine de l'optique.

Difficultés :

Pour qui connaît le prisme évoqué précédemment, il peut y avoir une petite difficulté à généraliser la notion et à identifier les prismes dans tous les cas.

Notons aussi que le cube est un prisme particulier et qu'il peut être intéressant de le considérer comme tel.

Pratique pédagogique :

Dans le cas d'une étude comparative de solides, il est intéressant d'introduire des prismes. On peut se limiter à des prismes droits, mais en revanche il est utile, pour que la notion de prisme s'établisse convenablement, de prévoir au moins un prisme à base pentagonale ou hexagonale en plus du prisme à base triangulaire.

Les prismes s'identifient assez facilement par leurs deux bases identiques et parallèles. On peut aussi observer leurs caractéristiques numériques : n+ 2 faces, 2n sommets, 3n arêtes, dès lors qu'on a identifié l'une des bases et le nombre n de côtés de cette base.

PROPRIÉTÉ

Ce mot fait évidemment partie du « métalangage » au même titre que le mot définition. Il ne s'agit donc pas de le définir de la même façon qu'on définirait un objet mathématiques et nous n'en ferons qu'une approche.

Approche de définition : Une propriété donnée d'un objet mathématiques est une qualité que cet objet possède de façon intrinsèque et qui équivaut, mathématiquement, à dire que l'objet appartient à une certaine classe d'équivalence. Cette classe d'équivalence est évidemment définie comme rassemblant tous les objets ayant cette même propriété.

S'il s'agissait d'objets usuels, une propriété pourrait être une qualité perceptible, comme la couleur, ou la forme. S'agissant d'objets mathématiques, il peut s'agir de la traduction mathématique de ces qualités. Ainsi, la forme d'un objet usuel va se traduire en langage géométrique par son appartenance à une classe bien déterminée d'objets géométriques.

Il importe de bien distinguer propriété caractéristique et propriété non caractéristique.

Une propriété caractéristique n'est vérifiée que par la classe des objets concernés alors qu'une propriété non caractéristique est vérifiée non seulement par la classe mais par une sur-classe des objets.

Par exemple, une propriété caractéristique des triangles isocèles est d'avoir deux angles égaux. Alors qu'une propriété non caractéristique de ces mêmes triangles est que la somme de leurs angles vaut 180°. Cette dernière propriété est vérifiée par la classe de tous les triangles.

On sait qu'une propriété caractéristique peut être utilisée comme définition.

Idée intuitive : Nous avons déjà indiqué, dans la définition, que les propriétés des objets usuels auxquelles on pense le plus facilement sont les propriétés d'ordre sensoriel.

Difficultés : On ressent des difficultés surtout si on cherche à inventorier les propriétés qui permettraient de définir un objet mathématique. Ainsi, on est tenté de définir par exemple le rectangle comme un quadrilatère ayant 4 angles droits, alors qu'il est peu naturel, bien que suffisant de le définir comme un quadrilatère qui a 3 angles droits !

Pratique pédagogique : C'est tout au long de l'étude des objets mathématiques et plus spécialement géométriques que les élèves s'entraînent au maniement des propriétés.

Ce à quoi on doit progressivement les habituer c'est

· d'une part au fait que plus on exige d'un objet qu'il vérifie des propriétés, plus la catégorie de ces objets se restreint. Si on a dans une boîte divers polygones en carton, on peut demander aux élèves d'en sortir tous les polygones ayant quatre côtés. Une fois ces polygones remis dans la boîte, si on demande tous les polygones ayant quatre côtés et un angle droit, on aura évidemment moins de polygones que lors de l'étape précédente.

· D'autre part, à cette idée qu'une définition doit être « minimale » au sens où nous le signalions dans les difficultés à propos du rectangle par exemple.

PUZZLE

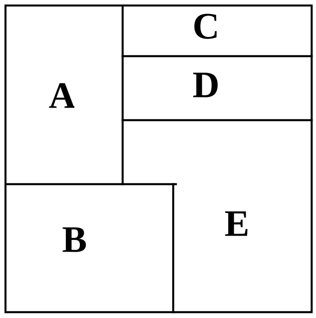
Il est bien entendu qu’un puzzle n’est pas un objet mathématique. Nous ne lui consacrerons donc qu’une brève rubrique pédagogique…

Pratique pédagogique :

Parmi les « classiques » du genre, mentionnons principalement deux types d’activités à base de « puzzles » :

- Les activités de type Tan Gram : pour ces dernières on peut consulter l’article consacré à ce mot dans le présent lexique, ou le document annexe plus conséquent sur ce même thème.
- Les activités portant sur les agrandissements et qui recourent à une sorte de puzzle.

Pour donner une idée de ces activités, considérons le découpage suivant du carré ci-dessous dont le côté est censé mesurer 10 cm :



On s’arrangera pour que les mesures en cm des différentes pièces soient « simples », si possible entières, et même si possible multiples de 2.

Ce faisant, on distribue à 5 enfants les 5 pièces de ce puzzle, chacun une, et on demande qu’ils en réalisent un agrandissement pour que les 5 pièces agrandies une fois réunies permettent d’obtenir un carré agrandi.

On impose par exemple que si A mesurait au départ 4 cm de largeur, la même pièce agrandie mesure 6 cm de largeur.

Ce qui arrive souvent c’est que les élèves imaginent qu’un agrandissement est obtenu en ajoutant un même nombre à toutes les grandeurs (alors qu’il faut ici multiplier par 3/2).

Cette activité vise à les détromper et à leur faire découvrir la vraie loi.

PYRAMIDE

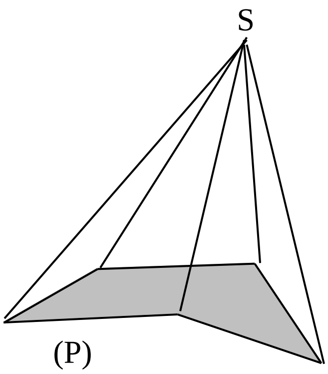
Définition :

Une pyramide est un polyèdre. Sa définition nécessite que soient donnés *a priori* deux éléments qui vont le caractériser : un polygone (P) et un point S situé à l'extérieur du plan de ce polygone.

Ces éléments étant donnés, la pyramide est alors le polyèdre dont les arêtes sont les côtés du polygone ainsi que les segments qui joignent le point S aux sommets du polygone.

En conséquences, la pyramide a pour faces le polygone donné *a priori* – ce polygone est appelé base de la pyramide – et les triangles formés par les côtés de la base et les segments joignant les sommets de cette base au point S (appelé sommet de la pyramide).

La figure ci-contre donne un exemple de pyramide :



Si le polygone de base est régulier, et si le sommet se trouve sur la perpendiculaire au centre de ce polygone, alors la pyramide est dite régulière (les faces triangulaires sont alors isocèles).

Idée intuitive :

Dans le langage courant, le mot pyramide évoque évidemment un type de monuments (pyramides égyptiennes et pyramide du Louvre) qui sont des pyramides à base carrée.

Difficultés :

En raison de ce qu'on vient de dire, il peut y avoir une petite difficulté à généraliser la notion et à identifier les pyramides dans tous les cas.

Notons aussi que le tétraèdre est une pyramide particulière et qu'il peut être intéressant de le considérer comme telle.

Par ailleurs, il n'est pas toujours aisé de reconnaître une pyramide si elle n'est pas « posée » sur sa base !

Pratique pédagogique :

Dans le cas d'une étude comparative de solides, il est intéressant d'introduire des pyramides. On peut se limiter à des pyramides régulières, mais en revanche il est utile, pour que la notion de pyramide s'établisse convenablement, de prévoir au moins un exemplaire à base pentagonale ou hexagonale en plus de la pyramide à base carrée.

Les pyramides s'identifient assez facilement par leur structure (base et sommet). On peut aussi observer leurs caractéristiques numériques : n+ 1 faces, n+1 sommets, 2n arêtes, dès lors qu'on a identifié la base et le nombre n de côtés de cette base. Remarquons aussi plus simplement que les pyramides ont autant de faces que de sommets (mais cette propriété n'est pas caractéristique).

La recherche de tous les patrons d'une pyramide est un sujet intéressant car leur nombre est assez limité et par ailleurs ils sont structurés d'une façon qui aide à les trouver tous.

RAYON

Définition : Un cercle étant donné, de centre O, on appelle rayon de ce cercle tout segment admettant comme extrémités le centre O du cercle et l'un des points du cercle (le mot cercle désigne ici la ligne).
Le mot "rayon" est souvent employé pour désigner aussi la mesure de ce segment.

Idée intuitive : le rayon, en tant que mesure, correspond à l'ouverture du compas qui trace le cercle.

Difficultés : principalement liées au double sens du mot. Un cercle a selon le cas un seul rayon ou une infinité de rayons.

Pratique pédagogique : le rayon en tant que mesure est l'un des deux paramètres fondamentaux qui permettent de définir un cercle (l'autre étant le centre évidemment). Il est susceptible d'intervenir explicitement dans des programmes de construction et on aura intérêt à multiplier les occasions de l'utiliser.
De manière plus implicite, le rayon du cercle intervient aussi dans les constructions à base d'arcs de cercles comme tout simplement le tracé de triangles dont on impose les dimensions des côtés.

RECTANGLE (nom commun)

Définition 1 : On appelle rectangle un parallélogramme qui a un angle droit.

Définition 2 : On appelle rectangle un parallélogramme dont les diagonales sont de même longueur.

Définition 3 : On appelle rectangle un parallélogramme qui peut être inscrit dans un cercle.

Définition 4 : On appelle rectangle un quadrilatère convexe qui a 3 angles droits.

ETC.

N .B. Il est clair que cette série de définitions n'est pas limitative…

Idée intuitive : Le rectangle est l'une des formes géométriques les plus répandues parmi les productions humaines.

Difficultés : Comme toujours avec les figures géométriques, les écarts par rapport au prototype rendent plus difficile l'identification d'un rectangle ou plus exactement l'assimilation d'un quadrilatère à un rectangle.

Indiquons aussi le problème du carré, rectangle particulier, mais pas facilement accepté comme tel avant un certain âge et avant un certain travail !

Un autre petit ennui peut survenir concernant les mots employés pour désigner les deux dimensions du rectangle, ou si l'on préfère les deux sortes de côtés qu'il présente :

Traditionnellement, on parle de longueur pour la plus grande dimension et de largeur pour la plus petite. Mais il est des circonstances, notamment avec l'informatique, où le rectangle étant situé dans un plan vertical, et présentant deux côtés horizontaux et deux côtés verticaux, on parle alors de « largeur » et de « hauteur » pour désigner respectivement la dimension horizontale et la dimension verticale de l'objet. Le mot « largeur » devient donc problématique, et nécessite donc que l'on fixe bien les conventions de langage liées aux circonstances dans lesquelles on se trouve.

Pratique pédagogique : Le rectangle est une figure « incontournable » de la géométrie. Il convient d'en donner aux élèves une connaissance la plus riche, la plus complète, la plus variée qu'il est possible de faire, et ceci dans des contextes et selon des formes d'étude diversifiées.

Il s'agit d'une part de le situer parmi les autres figures, notamment en tant que parallélogramme particulier, et de situer aussi ses proches parents que sont le losange et le carré…

Ses qualités d'inscriptibilité, d'invariance dans des symétries, les propriétés de ses lignes particulières (diagonales, médianes) doivent être perçues.

Enfin redisons à son propos ce qu'on dit de toutes les figures : la nécessité de le voir aussi bien sous forme de ligne (songer notamment au géoplan) que de surface (carton découpé, faces de solides, etc.)

RECTANGLE (adjectif)

Définition : employé à propos d'un triangle ou d'un trapèze, cet adjectif signifie que l'objet en question a un angle droit.

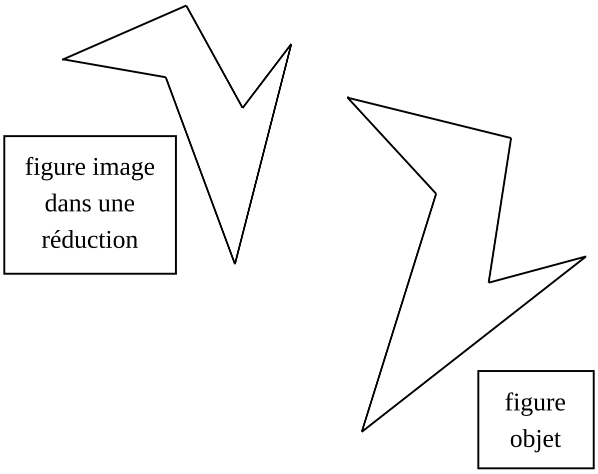
Difficultés : liée surtout à la confusion que le mot peut créer dans l'esprit de l'enfant.

RÉDUCTION

Ébauche de définition :

Transformation d'une figure en deux ou trois dimensions, telle que la figure transformée (l'"image" par la transformation) a des dimensions obtenues à partir de celles de la figure initiale par une multiplication par un même coefficient inférieur à 1.

Les dimensions de la figure image sont proportionnelles aux dimensions de la figure objet.



N.B. 1 La figure image n'est pas forcément orientée de la même façon que l'objet (voir figure).

Pour une définition plus rigoureuse, voir SIMILITUDE et HOMOTHETIE.

N.B. 2 Une réduction c'est la transformation réciproque d'un agrandissement (et vice versa). Du reste pour la figure ci-dessus, nous avons utilisé les mêmes éléments que pour illustrer l'article AGRANDISSEMENT, mais en permutant l'objet et l'image…

Idée intuitive : cette notion est liée à des expériences de la "vie courante" :

- l'image obtenue par certains appareils optiques est une réduction de l'image d'origine, ainsi, l'objectif d'un appareil photo donne à partir d'un objet une image réduite sur la pellicule.
- la réduction obtenue par une photocopieuse
- d'une façon générale, toutes les questions d'échelles (maquettes, cartes, etc.) correspondent à une réduction.

Difficultés : Elles sont en fait liées d'une part aux difficultés ressenties à propos des fractions, surtout que dans ce cas, les fractions qui interviennent sont des opérateurs multiplicatifs, et de plus ce sont des fractions assez peu pratiquées par les enfants en dehors de ces situations. En effet, si on prend l'exemple des échelles, les fractions sont par exemple du type $\frac{1}{1000}$ fractions dont bien souvent les enfants n'entendent parler qu'à cette occasion !

Par ailleurs, cela implique souvent des conversions d'unités, pas forcément bien maîtrisées par les enfants.

Pratique pédagogique :

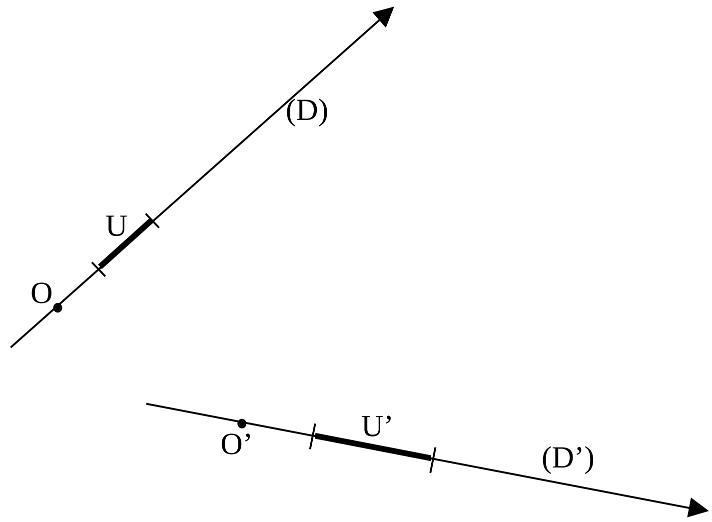
Faire beaucoup de travaux pratiques, où intervient une étude du tableau de nombres confrontant les dimensions d'une figure objet à celles d'une figure image obtenue par réduction et tout particulièrement la réalisation de plans ou maquettes à diverses échelles.

REPÈRE

Nous ne traitons ici que de repères dans le plan. On pourra assez facilement transposer en trois dimensions ce qui aura été dit en deux dimensions. D'autre part, il ne sera question ici que de repères cartésiens

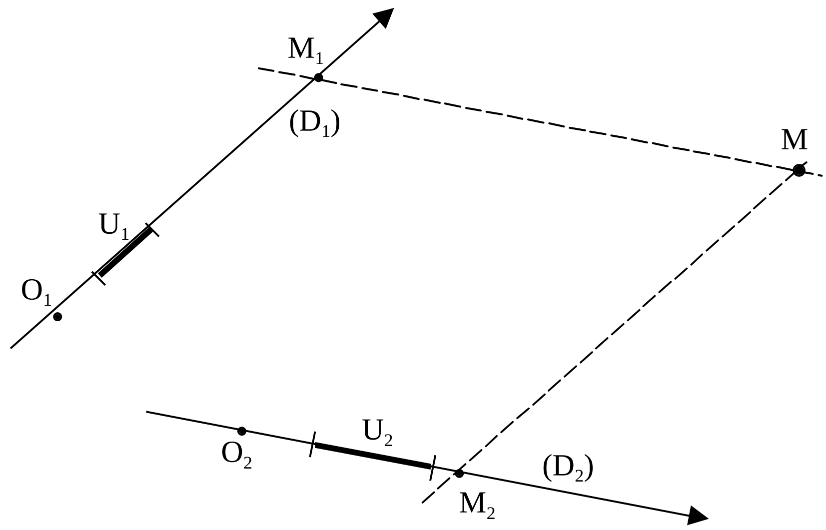
Définition : Dans son acception la plus générale, le mot repère désigne un ensemble de deux axes non parallèles du plan. Il faut ici entendre par axe une droite orientée, munie d'un point appelé origine et d'une unité.

La figure ci-dessous donne un exemple de repère du plan :



Dans cet exemple, nous nous sommes volontairement situés dans un cas assez peu fréquent (les origines des deux axes ne sont pas confondues, les unités ne sont pas de même longueur et elles sont figurées par des segments dont l'emplacement n'a rien de particulier) pour bien montrer la généralité de la chose.

La fonction d'un repère, et donc son principal intérêt, est de permettre d'attribuer à chaque point du plan un couple de nombres qui le caractérise. Voyons comment, au moyen du repère donné en exemple :

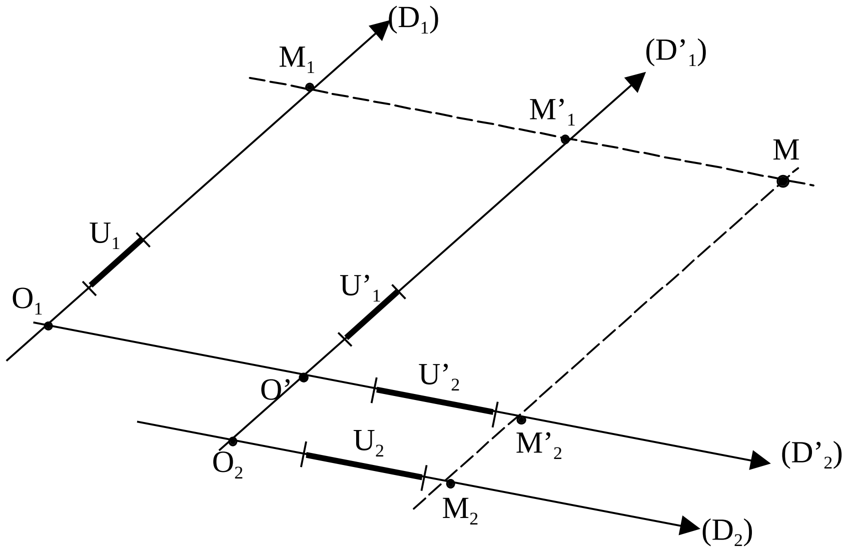


Le point M est projeté sur chaque axe parallèlement à l'autre. On nomme M_1 et M_2 les projections respectivement obtenues sur (D_1) et (D_2). Soit x la mesure algébrique de O_1M_1 et y la mesure algébrique de O_2M_2 en se référant sur chaque axe à l'unité correspondante.

Le signe de la mesure algébrique dépend évidemment de la position du point projeté par rapport à l'origine de l'axe.

Les deux nombres x et y sont appelés coordonnées de M (respectivement abscisse et ordonnée).

Plus classiquement, les deux axes sont placés de telle sorte que leurs origines soient confondues, ce qui ne change rien : voir en effet la figure ci-dessous avec les axes désignés par le signe « ' » et observer que les mesures algébriques sont les mêmes si on les lit sur les axes précédents ou sur les axes « ' » :



Encore plus classiquement, on utilise des axes orthogonaux, et même, si cela est possible des axes orthonormés (les unités dans ce cas sont les mêmes sur les deux axes, mais cette dernière particularité peut ne pas convenir si les deux unités représentent des grandeurs d'ordres très différents).

Idée intuitive : Il n'est pas sûr que la notion de repère soit très intuitive. Il faut en effet attendre assez tardivement dans l'histoire des mathématiques (Descartes 1596 – 1650) avant de voir apparaître une formalisation convenable de ce concept.

Plutôt qu'une idée intuitive, on peut évoquer des pratiques ludiques qui préparent à la notion de repère cartésien, par exemple le repérage de la bataille navale, ou des cases dans une grille de mots croisés, et d'une manière générale tout tableau à double entrée.

Difficultés : Ce qui vient d'être dit est en effet lié à une difficulté psychogénétique. Il se dégage de nombreuses expériences qu'il n'est pas facile avant un âge déjà avancé (cycle III pour fixer les idées) de considérer simultanément deux facteurs, deux paramètres, dans un phénomène quel qu'il soit. La tendance naturelle serait par exemple de faire varier les deux paramètres de la même façon en même temps.

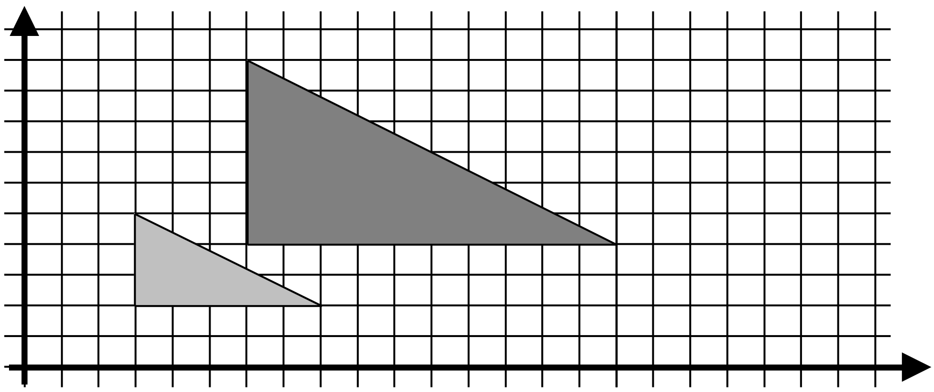
Pratique pédagogique : Dès la maternelle on peut commencer à préparer le « terrain » en vue de la pratique du repérage. Deux sortes d'activités y conduisent :

- d'une part tout ce qui touche au produit cartésien habitue les enfants à tenir compte simultanément de deux paramètres, par exemple la classification de cartes à jouer,
- d'autre part les jeux reposant sur des déplacements sur quadrillages (au moyen de messages par exemple)

Par la suite, il y aura deux moments :

- celui du repérage sur quadrillage, correspondant évidemment à la seule utilisation de coordonnées entières,
- celui de l'extension aux décimaux permettant pratiquement de faire du repérage au moyen d'axes gradués analogues à ceux utilisés dans le secondaire.

Outre les activités simples de codages et décodages de figures, le repérage permet d'intéressantes activités relatives aux transformations géométriques : étudier par exemple ce qui se passe lorsqu'on multiplie les coordonnées des sommets d'une figure par un même nombre (dans l'exemple ci-dessous, les coordonnées du triangle gris clair ont été multipliées par 2 pour donner le triangle gris foncé) :



ROND

En guise de définition : *A priori* adjectif, mais pouvant être substantivé, ce mot appartient plutôt à la langue naturelle qu'au langage géométrique. On ne restreindra donc pas son utilisation à tel ou tel type d'objet, mais on fera plutôt ressentir le niveau de langage auquel il convient de l'attacher.

Il peut aussi bien désigner le disque ou le cercle, parfois même la sphère (ne dit-on pas usuellement que la Terre est ronde ?) ou même le cylindre…

Idée intuitive, difficulté et pratique pédagogique : Seule la question du degré de tolérance peut se poser quant à son utilisation en mathématique. Ainsi il n'est guère gênant de parler d'un rond en plastique, dans la mesure où il s'agit d'un objet « usuel »… Il est plus gênant de dire qu'on va tracer un rond avec un compas, car ici on se situe déjà clairement dans l'univers mathématique… De toutes façons, il convient de ne rectifier pour le mot juste que lorsque le contexte s'y prête et ne pas culpabiliser l'enfant : les maths ne sont pas une morale !

ROTATION *(cette transformation ne sera définie que dans le cas du plan)*

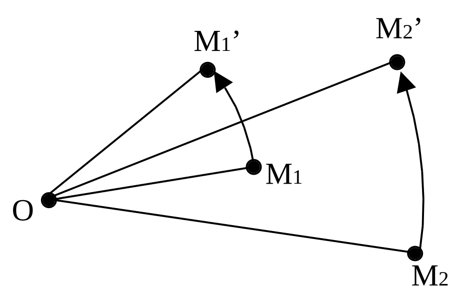
Définition : Étant donnés un point O et un angle α, on appelle rotation de centre O et d'angle α la transformation qui à tout point M du plan fait correspondre le point M' tel que :

OM' = OM

$\widehat{MOM'} = \alpha$

N.B. 1. Dans cette définition, l'angle peut être négatif. Il convient donc préalablement d'avoir défini un sens positif pour les angles. Or il existe deux références possibles : le sens trigonométrique et le sens des aiguilles d'une montre (souvent dit « sens horaire ») qui sont opposés l'un à l'autre…

N.B. 2. Les rotations font partie, avec les translations, des isométries ou « déplacements ».



Rotation de centre O et d'angle 30° (sens trigonométrique)

Idée intuitive : les exemples usuels abondent mais ne sont guère exploitables pour rendre compte de la définition mathématique. Par exemple un manège, ou une roue en train de tourner, tournent « trop » si l'on peut dire, pour montrer ce que le mathématicien considère le plus souvent comme genre de rotations.

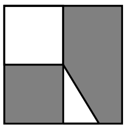
De plus, ce sont des mouvements, or la rotation au sens mathématique est plutôt l'étude d'une correspondance entre deux ensembles de points. Par exemple, sur la figure ci-dessus, la rotation exprime la correspondance qui existe entre les points M_1 et M_1' d'une part, M_2 et M_2' d'autre part.

Difficultés : on le redira, la rotation n'est guère étudiée pour elle-même à l'école et la raison en est simple : les figures qu'on y étudie sont souvent « libres » et donc pas localisées en un lieu précis ni dans une orientation bien définie. C'est notamment dû au fait que ces figures sont souvent et heureusement matérialisées par des objets ; elles sont par exemple découpées dans du carton. Elles sont donc données en fait à un déplacement près.

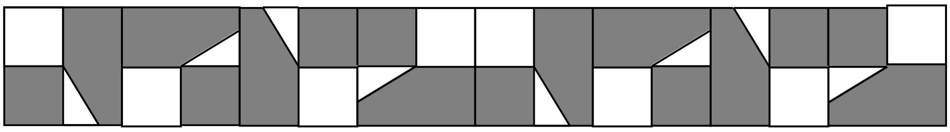
Or une étude de la rotation n'a de signification que pour des figures parfaitement localisées et orientées. Les figures de l'école élémentaire étant données « à une rotation près » ne se prêtent donc pas à l'étude des rotations !

Pratique pédagogique : Ce qui vient d'être dit laisse bien entendre que l'étude des rotations n'est guère praticable à l'école. Il est cependant certains cas dans lesquels la présence de rotations peut être remarquée et formalisée, par exemple lors de l'étude de certains pavages.

On peut ainsi travailler sur des pavages réalisés au moyen d’un seul type de pavé :



Ainsi, si on analyse la première ligne du pavage ci-dessous :

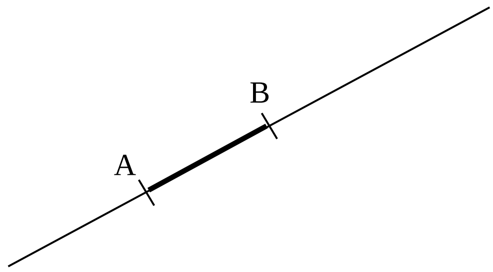


on peut constater que l’on passe de chaque « pavé » à son voisin par une simple rotation d’angle 90° et dont le centre est le sommet supérieur droit du pavé.

SEGMENT

Définition : Étant donnés deux points A et B situés sur une droite (D), on appelle segment et on note [AB] l'ensemble de tous les points de la droite (D) situés entre A et B, ces deux points étant compris dans le segment.

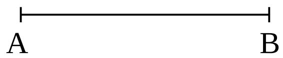
N.B. 1. Cet ensemble n'étant doté d'aucune structure particulière, le segment noté [AB] et le segment noté [BA] sont un seul et même segment. On peut écrire : [AB] = [BA].
N.B. 2. Certains puristes souhaitent, pour éviter d'éventuelles ambiguïtés, que l'on parle de « segment de droite ».
N.B. 3. Certains mathématiciens préfèrent comme définition « intersection de la demi-droite d'origine A contenant le point B avec la demi-droite d'origine B contenant le point A ».

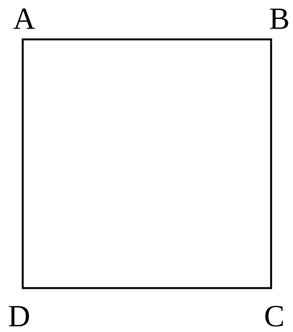


Idée intuitive : En fait, l'idée de segment ne fait que préciser celle de « trait droit » ou de « ligne droite » que les élèves pourraient avoir. En effet, jusqu'au cycle III, peu d'enfants prolongent mentalement une ligne droite pour en faire une « droite » avec son caractère infini. Ce dont les enfants parlent lorsqu'ils évoquent une ligne droite, c'est bien du segment.

Difficultés : Les difficultés sont sans doute toutes liées à la relation points / segments.

D'une part, il peut y avoir un problème de représentations lié aux modalités de mise en évidence des extrémités du segment. Si celles-ci sont usuellement représentées par des petits traits, alors les enfants admettront-ils facilement qu'il y ait encore segment si les extrémités n'apparaissent plus ainsi.





Dans l'exemple ci-dessus, à gauche on voit le segment dans sa représentation prototypique, et le segment [AB], en tant que côté du carré de droite, ne présentant plus cette même allure prototypique, risque de ne plus être identifié comme segment par certains enfants.

Inversement, si le segment [AB] est bien reconnu en tant que tel dans une figure comme un carré, les enfants admettront-ils volontiers que ce segment soit constitué de points, et notamment identifieront-ils facilement les extrémités à des points dès lors que ces points ne sont plus « marqués » de la manière traditionnelle ?

Pratique pédagogique : Nous ne pouvons ici que dire la même chose que ce qui est dit pour des notions de la même catégorie.

La notion de segment, comme celle de droite, de point, etc. fait partie du « matériel » de base de la géométrie. Il est donc bien évident que sa signification, mais aussi les notations, les représentations, le contexte langagier, etc. ne seront progressivement maîtrisés par les enfants que par un contact régulier avec cette notion. Il ne servirait donc pratiquement à rien de concevoir une leçon isolée sur le segment, mais bien au contraire de le revisiter et surtout de l'utiliser constamment.

On profitera plus particulièrement de situations telles que le jeu du message (consistant à décrire une figure dans le but de la faire reconstituer par d'autres) pour montrer la grande utilité de la notion de segment et de son juste emploi dans la description de constructions géométriques.

Ce à quoi on peut s'attacher et « s'attaquer » plus particulièrement, c'est à cette difficulté que les enfants semblent présenter à voir le segment comme constitué de points, et en particulier à bien considérer ses extrémités comme des points dès lors que celles-ci ne sont plus « renforcées » par deux petits traits.

Deux idées peuvent aller dans ce sens :

- d'une part tout ce qui conduit à désigner les points en question par des lettres est à conseiller, car donner un nom aux objets c'est contribuer à les faire exister,
- d'autre part donner des rôles à ces points ; par exemple proposer une construction dans laquelle l'extrémité d'un segment est le centre d'un cercle.

SENS

Voir le mot DIRECTION

SIMILITUDE

Définition : Une similitude est la composition d'une homothétie et d'une isométrie.

Idée intuitive : La similitude est en fait la transformation qui traduit le mieux une homothétie qui porterait sur des figures non localisées. En effet, lorsqu'en mathématiques, on étudie l'homothétie, il importe de travailler sur des figures bien déterminées, attachées notamment à une position et présentant une orientation fixe. Ce faisant, le centre de l'homothétie joue un rôle important. Mais en pratique, à l'école primaire, comme on l'a déjà dit, les figures que l'on étudie sont matérialisées par des objets en plastique ou en carton qui subissent de nombreux déplacements. Il est donc impossible de leur appliquer de véritables homothéties et c'est donc l'idée plus générale de similitude qui intervient.

Le mot même de similitude est plus approprié car ce qui est étudié avant tout c'est ce qui fait que la figure image « ressemble » ou non à la figure d'origine. La ressemblance est notamment attachée à l'idée de proportions qui, si elles ne sont pas conservées de la figure objet à la figure image, ne permettraient plus de parler de ressemblance.

Ce qui garantit cette ressemblance, cette « similitude », dans l'homothétie, c'est uniquement la conservation de l'égalité des rapports de dimensions. Le centre de l'homothétie n'a pas beaucoup d'intérêt dans cette étude et ignorer le centre revient à dire qu'on se situe davantage dans le cas d'une similitude.

Difficultés et pratique pédagogique :

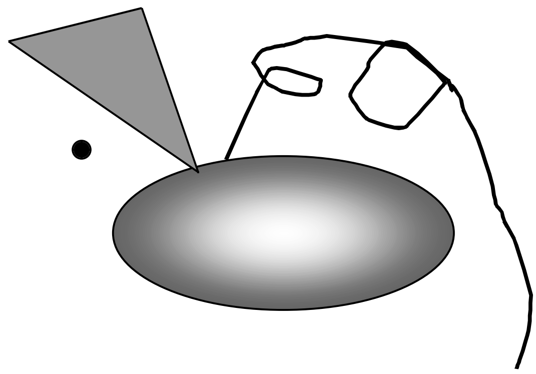
Nous ne jugeons pas utile de répéter ici ce que nous avons dit par ailleurs à propos d'homothétie, d'agrandissements et de réductions. Et comme la similitude n'est en fait étudiée que par le biais de ces autres notions, il n'y a rien de plus à ajouter…

SOLIDE

Définition provisoire et approximative : un solide est un « objet » de l'espace à trois dimensions éventuellement constitué de points, de lignes, de surfaces et de volumes (voir ce mot).

N.B.1. Un solide est donc pour l'espace ce qu'une figure est pour le plan.

N.B. 2. Un solide peut donc avoir l'allure suivante :



et être constitué par exemple d'un ellipsoïde, d'un triangle, d'une ligne et d'un point.

N.B. 3. Il est bien entendu que cette définition est volontairement la plus ouverte possible. Ceci étant, les solides qui mobilisent l'intérêt, en particulier à l'école, sont en général beaucoup plus simples et se limitent à de simples « volumes » ou au pire à des « réunions de volumes ».

Idée intuitive : n'importe quel objet de la vie courante peut être pris en compte par la géométrie en tant que solide. Pour bien signifier que la notion est caractéristique de l'espace à trois dimensions, il vaut toutefois mieux se référer à des objets qui présentent une certaine « épaisseur ».

Difficultés : en un sens, les solides soulèvent, en tant que concept, moins de difficultés que les figures, car il n'y a jamais de confusions (à l'école du moins) entre un solide (par exemple un cube en carton) et la représentation de ce solide (par exemple le dessin en perspective de ce cube).

D'autres part, bien sûr, on peut retrouver certaines difficultés déjà évoquées à propos des figures, notamment pour différencier l'enveloppe et le volume (enveloppe cubique et volume cubique par exemple).

Pratique pédagogique : On peut déjà redire à propos des solides ce qui est dit à propos des figures (voir ce mot). On peut y ajouter ce qui est dit à propos des polyèdres qui sont presque les seuls solides étudiés à l'école (à l'exception de la sphère, du cylindre et du cône).

Redisons de toutes façons une chose qui devrait être une évidence : il n'est pas possible de bien étudier des solides sans avoir de vrais objets tridimensionnels à sa disposition. Des dessins, même très bien faits ne suffisent pas et l'étude purement livresque est inadaptée.

SOMMET

Ce mot peut convenir dans trois cas distincts, ce qui nous conduit à proposer trois définitions distinctes :

Définition 1 : On appelle sommet d'une ligne brisée l'une quelconque des extrémités des segments ou demi-droites qui constituent la ligne brisée.

N.B. 1 : Cette définition conduit donc à considérer comme sommet les éventuelles extrémités libres de la ligne brisée.
N.B. 2 : Cette définition suppose une conception assez large de la ligne brisée, puisque des demi-droites peuvent en faire partie. Ceci permet d'inclure l'angle (en tant que formé de deux demi-droites de même origine) et de parler de sommet de l'angle avec cette même signification.
N.B. 3 : Cette définition s'étend naturellement aux polygones qui ne sont autres que des lignes brisées particulières.

Définition 2 : On appelle sommet d'un polyèdre l'un quelconque des sommets de l'un quelconque des polygones qui constituent le polyèdre.

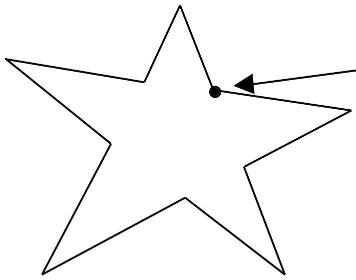
Définition 3 : On appelle sommet d'une pyramide celui des sommets de ce polyèdre qui est opposé à la base de la pyramide.

Idée intuitive : Pour les enfants, le sommet matérialise le plus souvent la partie « pointue » du polygone ou du polyèdre, sans que cette partie soit bien définie et sans doute pas réduite à un point.

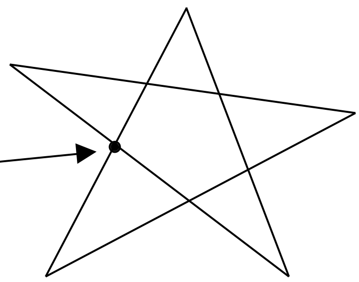
Difficultés : Elles sont nombreuses.

Il y a tout d'abord les difficultés liées à la conception du segment dont le sommet est une extrémité. Voir pour cela la discussion relative à cette difficulté au mot SEGMENT.

Ensuite, certaines figures peuvent être trompeuses et présenter de « faux sommets ». C'est notamment le cas de figures croisées. Voici un exemple :

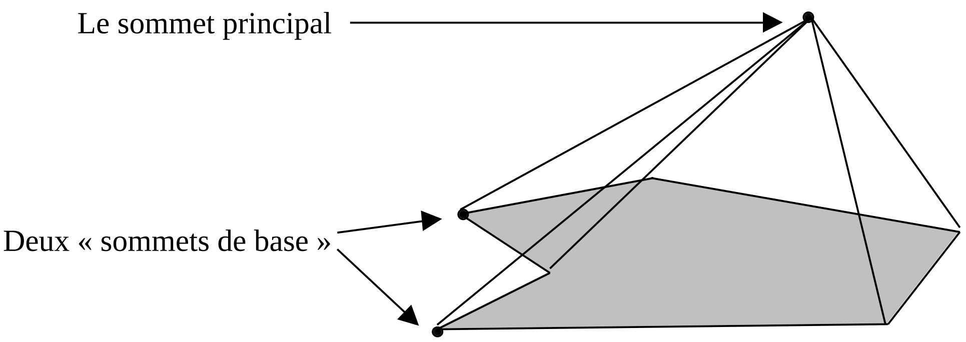


Dans le décagone de gauche, ce point est un sommet, alors que dans le pentagone étoilé de droite, ce point n'est pas un sommet.



En effet, ce dernier point n'est pas l'extrémité d'un des segments qui composent le pentagone.

Enfin, toujours dans la rubrique des difficultés, il y a ce sommet particulier aux pyramides qui fait qu'il y a deux sortes de sommets dans une pyramide : les sommets que l'on peut appeler « ordinaires » et qui sont en fait les « sommets de la base » (! ! !), et LE sommet que l'on pourrait valablement appeler « sommet principal » de la pyramide :



Pratique pédagogique : On peut redire à propos du mot sommet ce qui vient d'être dit plus haut à propos des segments et de leurs extrémités.

Tout ce qui contribue à bien considérer les sommets comme de vrais points est bon à pratiquer : désignation par des lettres, utilisation des sommets comme points importants pour des constructions, etc.

L'intérêt porté aux sommets d'un polyèdre pourra être développé à propos des dénombrements « faces - sommets - arêtes » et de la dualité qui fait correspondre les sommets de certains solides aux centres des faces de certains autres (par exemple les sommets du cube et les centres des faces de l'octaèdre).

SPHÈRE

Définition : solide défini comme ensemble des points de l'espace équidistants d'un point donné, appelé centre de la sphère.

Idée intuitive : En fait, l'idée intuitive peut être donnée par n'importe quel objet sphérique de la vie courante, l'un des plus familiers pour les enfants étant évidemment le ballon, la balle ou encore une boule.

Difficultés : c'est justement de préciser l'idée qu'on en a intuitivement…

Il peut aussi y avoir une petite discussion pour savoir si la sphère est plutôt une surface (courbe bien sûr) ou un volume. Précisément, le mot « boule » peut être approprié pour désigner ce volume et permettre la distinction si nécessaire.

En fait, le problème ne se posera pas véritablement, la sphère ne faisant pas nécessairement l'objet de longues études.

Pratique pédagogique :

La sphère n'est pas facile à intégrer dans une étude globale des solides, dans la mesure où celle-ci met souvent en avant les notions de faces, arêtes, sommets. La sphère, quant à elle, n'a qu'une seule face, encore faut-il la considérer comme telle…

En revanche, la sphère comme « univers particulier » peut faire l'objet de considérations intéressantes et préparatoire à l'étude du globe terrestre.

Ces considérations porteront plus spécifiquement sur le repérage sur la sphère (mais en le limitant probablement au système de repérage terrestre) et à quelques observations sur les figures que l'on peut considérer sur cette sphère (grands cercles par exemple)…

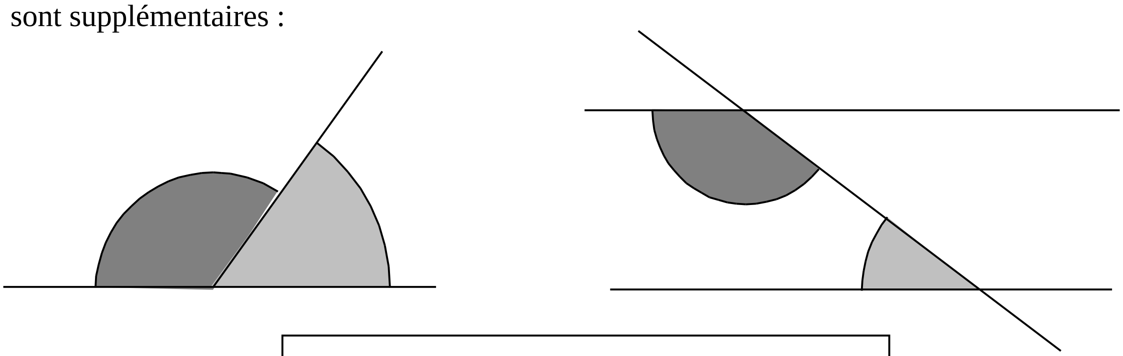
SUPERFICIE

Ce terme n’est plus très utilisé de nos jours car il désigne d’une manière un peu vague l’aire aussi bien que la surface. Nous n’en dirons donc rien de particulier sauf à recommander d’en préciser le sens si jamais il se présente dans des situations.

SUPPLÉMENTAIRE

Définition : Un angle est dit supplémentaire d’un autre angle si la somme de leurs mesures est 180°. On peut aussi dire que « les deux angles sont supplémentaires».

Idée intuitive : Un angle plat décomposé en deux angles permet de visualiser deux angles supplémentaires adjacents. Mais deux angles n’ont pas besoin d’être adjacents pour être supplémentaires. En particulier les deux angles formés par une sécante avec deux parallèles sont supplémentaires :



Exemples d’angles supplémentaires

Difficultés : A part les difficultés très générales que peuvent présenter les angles, la seule difficulté propre à cette notion pourrait être une confusion avec sa « jumelle » les angles « complémentaires ».

Pratique pédagogique : Il en est de cette notion comme de beaucoup de celles qui ne sont pas explicitement au programme : on ne s’interdira pas l’usage du mot si la notion est rencontrée, mais on ne s’obligera pas à la présenter pour elle-même.

Notons qu’il y a de bonnes chances, en CM, que des activités sur les parallèles conduisent à rencontrer cette notion comme nous venons de le signaler.

SURFACE

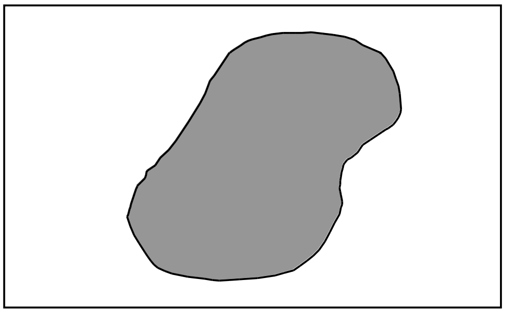
Il peut y avoir trois acceptions du mot surface.

Les deux premières tiennent surtout à l'histoire des mathématiques et de leur enseignement qui faisait bien souvent confondre un objet et sa mesure. La « surface du cercle » représentait aussi bien une certaine zone intérieure à la circonférence que le résultat d'un calcul fournissant une mesure. De nos jours certaines solutions sont proposées au niveau du vocabulaire pour distinguer ces deux notions hier confondues.

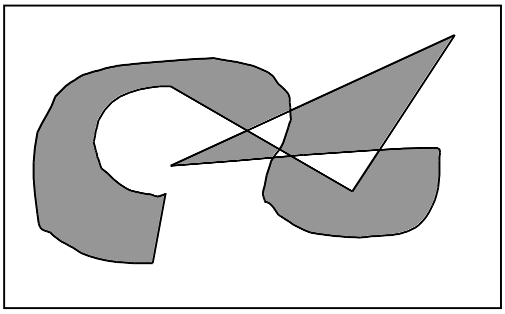
La troisième est liée au référentiel qui peut être l'espace, espace dans lequel il est également possible de définir la notion de surface.

Définition 1 : Etant donné un plan et une ligne de ce plan qui définit sans ambiguïté un sous ensemble de ce plan, ce sous ensemble est appelé surface.

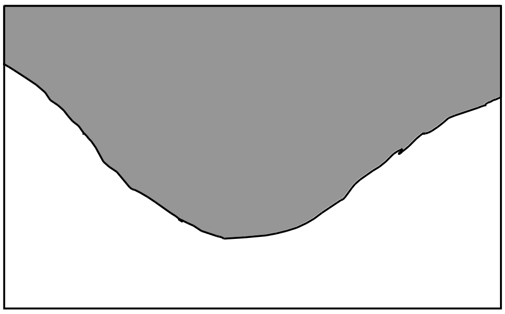
Exemple 1 :
Une ligne fermée simple peut définir une surface : (en fait, une ligne fermée définit toujours deux surfaces et nous avons choisi ici celle qui correspond à l'intérieur de la ligne fermée).



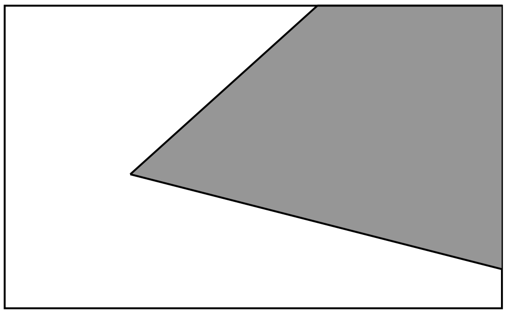
Exemple 2 :
Une ligne fermée croisée peut définir une surface : (même remarque que ci-dessus)



Exemple 3 :
Une ligne ouverte « infinie » (c'est-à-dire sans extrémités) définit une surface.



Exemple 4 :
C'est notamment le cas d'un secteur angulaire



N.B. 1. Dans tous ces exemples, la surface a été mise en évidence en gris. Par ailleurs, chacune des figures a été présentée comme une fenêtre sur le plan auquel on s'intéressait.
N.B. 2. Le parti pris est ici de ne pas se restreindre à des surfaces « finies ».

Définition 2 : La surface d'une figure est **l'aire** de cette figure. (Voir ce mot).

N.B. Nous mentionnons cette définition qui de nos jours n'est plus guère admise par les puristes qui ont décidé d'employer le mot aire pour éviter le double sens du mot surface. Il faut cependant noter que son emploi selon cette signification dans le langage courant demeure bien vivant, et qu'il n'y a pas moyen de faire la même distinction pour le volume.

Définition 3 : Dans l'espace à trois dimensions, une surface est un sous ensemble à 2 dimensions (voir ce mot) de cet espace.

N.B. Dans cette dernière définition, les surfaces intéressantes sont évidemment celles qui ne sont pas du type plan.

Idée intuitive : En dehors du sens lié à la mesure, l'idée intuitive associée à la notion de surface est donnée par tout objet réputé « mince » ou d'épaisseur négligeable, mais aussi par certaines localisations associées à des objets pas forcément bi-dimensionnels : la surface de quelque chose, d'une table par exemple, ou bien une surface que l'on va peindre.

Par ailleurs, il est évidemment important d'avoir en tête des exemples de surfaces planes, comme beaucoup de surfaces liées à des meubles ou à des bâtiments, mais aussi des surfaces non planes : telle feuille de papier que l'on courbe, tel objet sphérique, telle surface « gauche »…

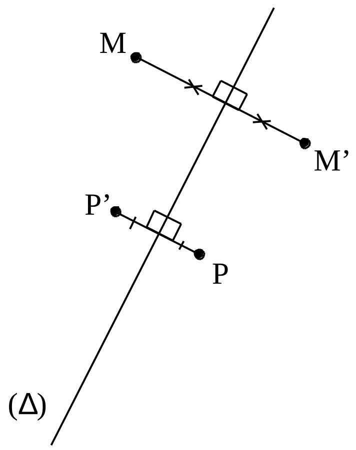
Difficultés : Il y a déjà les difficultés éventuellement provoquées par la confusion entre l'objet et sa mesure… Plus subtilement, ce qui fait difficulté dans le concept de surface, c'est principalement son caractère éminemment abstrait. L' « infinie minceur » d'une surface n'est pas chose simple à assimiler.

Pratique pédagogique : Il n’y a sans doute pas lieu de faire de la notion de surface l’objet d’une leçon spécifique, ni même d’une récapitulation. L’important est de rencontrer des exemples suffisamment nombreux de surfaces, dans des conditions qui permettent de les distinguer du contexte dans lequel elles se trouvent et de prononcer le mot « surface » à bon escient. On peut par exemple parler de la surface d’un cube, dire par exemple qu’on va y tracer des lignes, qu’on va colorier la surface en rouge, etc.

SYMÉTRIE *(dans le plan)*

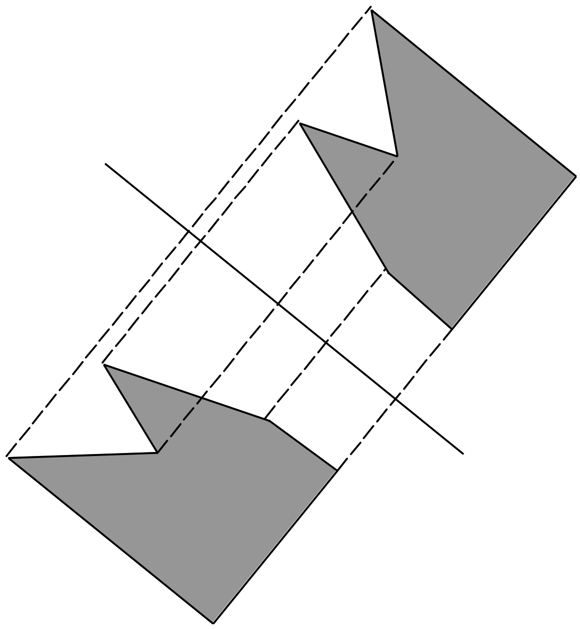
Même en se restreignant au plan, on doit considérer deux sortes de symétries : les symétries « axiales » et les symétries « centrales ». De plus, dans la première catégorie, on devrait même traiter le cas des symétries « obliques ». Nous ne ferons qu'évoquer brièvement ces dernières.

SYMÉTRIE AXIALE DROITE
ou plus simplement
SYMÉTRIE AXIALE
et même tout simplement SYMÉTRIE



Définition : Etant donnée une droite (Δ), on appelle symétrie axiale droite (ou plus simplement symétrie) par rapport à (Δ) la transformation qui à tout point M du plan fait correspondre le point M' tel que (Δ) soit la médiatrice du segment [MM'].

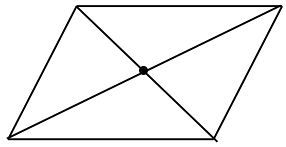
(Δ) est appelé l'axe de la symétrie.



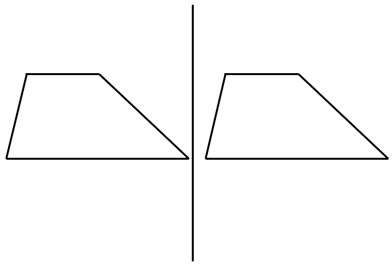
Idée intuitive : En fait, la symétrie, en tant que transformation géométrique plane, n'est pas si intuitive que l'on pourrait penser. Le miroir donne certes d'un objet une image symétrique de cet objet, mais cela se passe en trois dimensions et il faut que le miroir et l'objet soient dans des positions relatives bien spécifiques pour donner une matérialisation de la symétrie. Ce n'est donc pas ce que l'on peut vraiment appeler une « idée intuitive »…
Ce à quoi nous sommes par ailleurs habitués, c'est aux objets ou figures qui présentent un axe de symétrie, c'est à dire des objets « invariants » dans une symétrie axiale.

Difficultés : Elles sont au moins de deux sortes :

· La reconnaissance de figures présentant un ou plusieurs axes de symétrie et la localisation de ces axes. Il est souvent plus aisé de reconnaître des figures ayant un axe vertical qu'un axe horizontal ou pire, oblique… De plus il n'est pas rare que l'on perçoive comme symétrique selon un axe une figure qui en fait ne présente qu'une symétrie centrale ou oblique. C'est le cas du parallélogramme.



· Par ailleurs, s'agissant de tracer la figure symétrique d'une figure donnée, il peut y avoir des difficultés liées à l'orientation de l'axe, mais aussi des difficultés liées au fait que la symétrie est une isométrie : les enfants ne réalisent pas toujours bien que cette isométrie est « négative » et qu'elle retourne la figure ; il est fréquent qu'ils tracent une figure seulement translatée par rapport à la figure initiale (comme ci-contre)



Pratique pédagogique : Les situations qui permettent d'étudier la symétrie axiale sont très nombreuses et mettent en jeu de nombreuses « variables didactiques » :

· manière dont la symétrie est matérialisée : pliage, calque, miroir, utilisation du quadrillage

· orientation de l'axe : vertical, horizontal, « oblique »

· type de figures sur lesquelles porte l'activité : figures abstraites, usuelles, polyminos, etc.

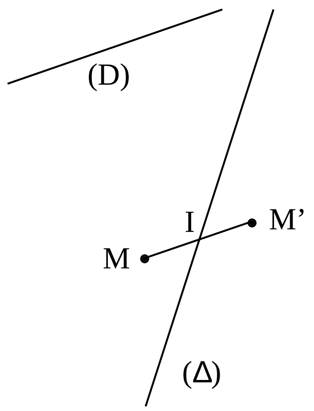
· type d'activité : tracé de la symétrique d'une figure, identification de l'axe d'une figure, vérification avec des instruments, etc.

Aucune de ces variables ne doit être négligée. En particulier, l'orientation de l'axe peut faire l'objet d'une progression, sachant que l'orientation verticale est sans doute plus naturelle que les autres.

SYMÉTRIE AXIALE OBLIQUE

Définition : Étant données deux droites (Δ) et (D), on appelle symétrie d'axe (Δ) parallèlement à (D) la transformation qui à tout point M fait correspondre M' tel que :

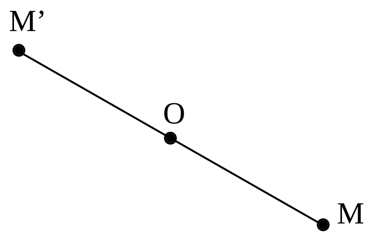
- (MM') // (D)
- I, intersection de (MM') avec (Δ) est le milieu de [MM']



Cette transformation n'étant que rarement étudiée, nous n'en dirons pas plus.

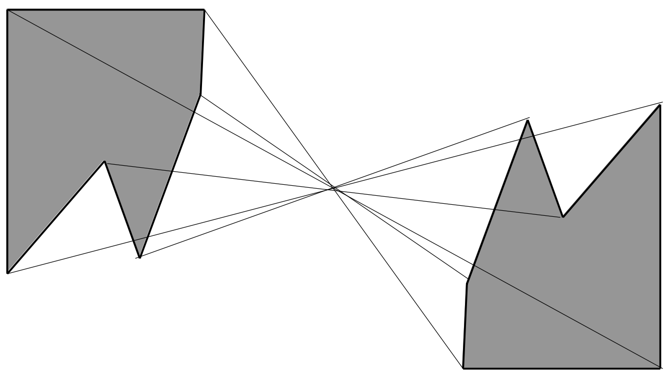
SYMÉTRIE CENTRALE (ou « par rapport à un point »)

Définition : Étant donné un point O, on appelle symétrie centrale de centre O la rotation de centre O et d'angle 180°.



N.B. Comme on le constate, la symétrie centrale n'est que le cas particulier d'une autre transformation bien connue, à savoir une rotation.

Ce qui lui vaut cette appellation de symétrie, c'est le fait que le point O est milieu du segment [MM'], mais à la différence de la symétrie axiale, la figure image est retournée par simple glissement et non par changement de face.

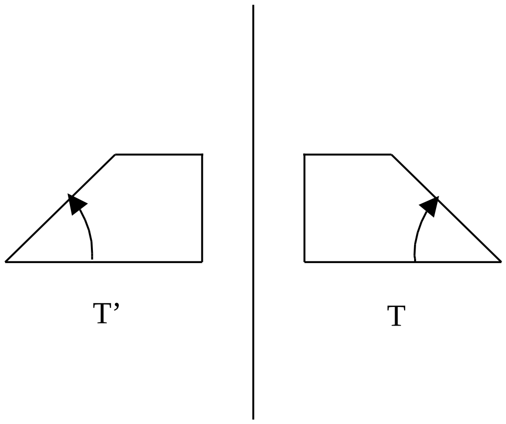


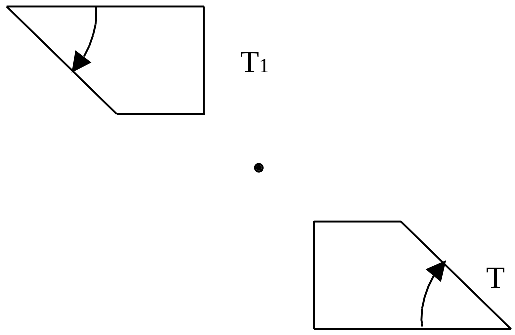
Cependant, il est intéressant de l'étudier pour elle-même car elle tend à être confondue avec la symétrie axiale si on ne fait pas observer avec précision les différences que les deux symétries présentent.

Idée intuitive : C'est peut-être l'idée de « demi tour » qui traduit le mieux ce qu'est la symétrie centrale.

Difficultés : En présentant cette transformation, nous avons dit que son intérêt est qu'elle serait vite prise pour une symétrie axiale si on n'insistait pas sur ses caractéristiques.

Comparons donc point par point les deux transformations sur une même figure simple, un trapèze rectangle.





Ce qui peut être trompeur, c’est le langage employé pour traduire les deux transformations. Dans les deux cas, on pourrait être tenté de dire que la transformation « retourne » la figure, d’où la confusion possible.

En fait, ce qui va permettre de bien distinguer les choses, c’est de décrire plus précisément ce retournement :

· pour passer de T à T’ (donc dans la symétrie axiale), il faut littéralement imaginer qu’on soulève T dans l’espace, qu’on le fait pivoter pour échanger le recto et le verso et qu’on le repose de l’autre côté de l’axe.

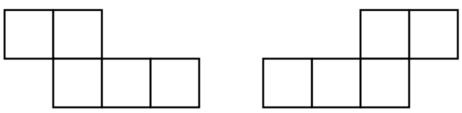
· pour passer de T à T_1 (donc dans la symétrie centrale) on peut se contenter de faire glisser T sur le plan sans l’en décoller.

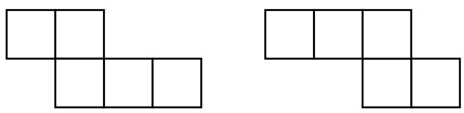
Une autre observation consiste à examiner de quelle manière sont orientés les angles. Par exemple, on a mis en évidence le sens dans lequel il faut tourner pour passer de la grande base au côté oblique de T, à savoir ici dans le sens « horaire ».

Or dans T’, cet angle est inversé (sens « anti-horaire ») alors que dans T_1, ce sens n’est pas inversé (il demeure le sens « horaire »).

Pratique pédagogique : En insistant sur les risques de confusions possibles entre symétrie centrale et symétrie axiale, nous avons explicité ce qu’il convenait de montrer pour éviter ces confusions.

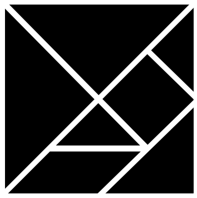
Comme d’habitude, ce n’est pas en faisant **une** leçon sur la symétrie centrale que l’on habituera les enfants à cette distinction, mais en répétant les occasions au cours desquelles la distinction doit se faire : si par exemple, au cours de la recherche de pentaminos, on est amené à constater que deux d’entre eux sont symétriques, encore faudra-t-il bien dire s’il s’agit d’une symétrie axiale (fig. ci-dessous à gauche) ou d’une symétrie centrale (fig. ci-dessous à droite).





TAN GRAM

Définition : A l'origine, casse-tête chinois, sorte de puzzle, constitué de 7 pièces planes et noires provenant du découpage d'un carré (voir figure). Il s'agit d'assembler ces 7 pièces pour réaliser diverses silhouettes proposées dans un catalogue.



Depuis que ce jeu est introduit dans les pratiques pédagogiques, il a connu de nombreuses variantes, par exemple un tan gram en forme d'œuf.

Le tan gram n'étant pas un « concept géométrique », nous n'alimentons pas les rubriques idée intuitive *ni* difficultés.

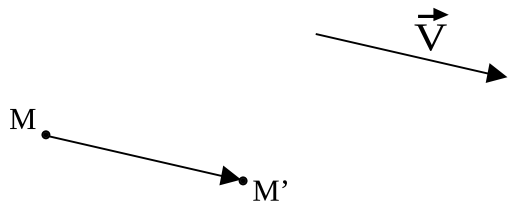
Pratique pédagogique : L'intérêt du tan gram est multiple et fait l'objet de divers documents que l'on consultera avec profit.

D'une part il habitue l'enfant à percevoir des figures simples dans des figures complexes, et à ne pas figer son esprit dans certaines visions prototypiques du carré et de certaines autres figures (triangles isocèles par exemple).

D'autre part, il permet toute une gamme d'activités liées à la mesure et à la proportionnalité.

TRANSLATION

Définition : Étant donné un vecteur $\vec{V}$, on appelle translation de vecteur $\vec{V}$, la transformation qui à tout point M fait correspondre le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{V}$.



Idée intuitive : l'idée de translation est assez intuitive en tant que déplacement. On lira par ailleurs ce que nous disons à propos de la rotation et qui peut être repris ici.

Difficultés :

Il y a déjà le fait que pour définir correctement cette transformation, il faut recourir à la notion de vecteur. Or si on veut adapter ce concept pour l'école, ce n'est pas très évident à formuler.

Par ailleurs, la difficulté est la même que celle décrite pour les autres transformations de type déplacement (voir la rotation), à savoir que les figures utilisées à l'école sont souvent représentées par des objets concrets et dont la position n'est donc pas fixée. Il est de ce fait difficile de leur appliquer des déplacements qui perdent leur signification dans ce cas.

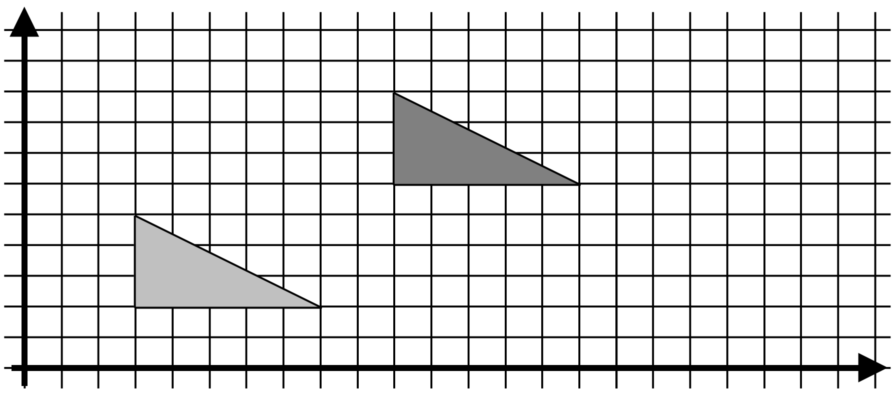
Pratique pédagogique :

Ce que nous venons de dire implique pratiquement que les translations ne sont pas étudiées à l'école.

Il y a tout de même une **exception** en liaison avec le repérage.

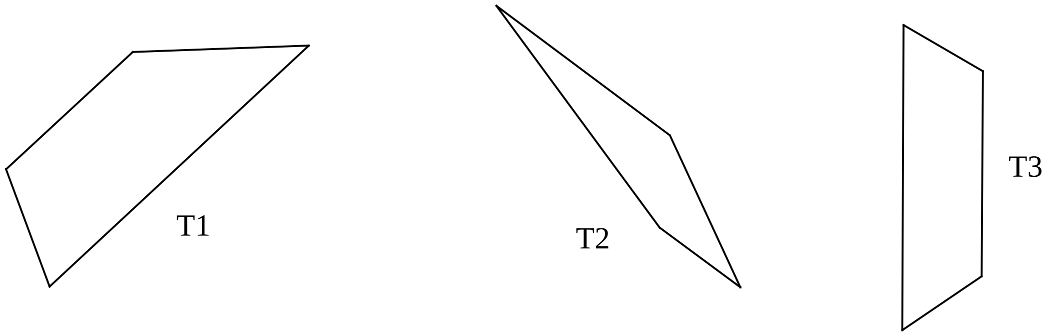
Dans le repère ci-dessous, si on applique aux coordonnées respectives du triangle gris clair les opérateurs +7 et +4, on obtient un nouveau triangle (ici gris foncé) qui est un translaté du précédent. (Le couple des deux opérateurs peut être considéré comme les composantes du vecteur de translation).

Cet exemple est intéressant à traiter en comparant avec l'action d'opérateurs multiplicatifs…



TRAPÈZE

Définition : Un trapèze est un quadrilatère convexe dont deux côtés opposés sont parallèles. Ces côtés sont appelés « bases » du trapèze.



Idée intuitive : Le rapport avec le trapèze que l'on voit dans les cirques n'est pas des plus exploitables : le mieux que l'on puisse dire c'est que le trapèze du géomètre peut servir de structure pour une représentation en perspective du trapèze de cirque.

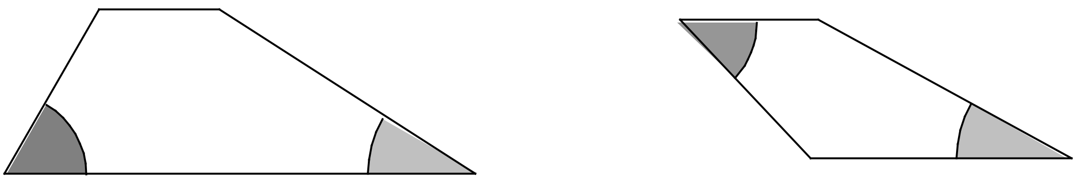
Difficultés : Le trapèze présente surtout comme difficultés celles qui sont liées aux représentations prototypiques. On tend en effet à montrer le trapèze dans une position telle que ses bases sont horizontales. Nous avons volontairement présenté ci-dessus trois trapèzes dont les bases ne sont pas dans cette orientation.

Ce qui est moins souvent mentionné, c'est la difficulté de **vérifier** qu'un quadrilatère est bien un trapèze. La vérification du parallélisme des bases n'est pas toujours aisée. Ainsi un trapèze tel que T2 (voir ci-dessus) présente des bases assez « décalées » et il est impossible de leur trouver une perpendiculaire commune sans en tracer des prolongements. L'autre solution consiste à étudier les angles et à vérifier par exemple que des angles successifs sont supplémentaires, mais ce n'est guère à la portée d'un élève avant le CM2.

Pratique pédagogique : le trapèze constitue en général la plus large des catégories particulières de quadrilatères que l'on étudie. C'est le point de départ de l'inclusion des classes qui conduit successivement aux parallélogrammes, aux rectangles, losanges et carrés. On peut ainsi présenter le parallélogramme comme un trapèze dont les bases sont de même longueur.

Si on souhaite conduire une étude un peu approfondie du trapèze, les cas particuliers du trapèze isocèle et du trapèze rectangle seront certes intéressants à considérer, mais il est intéressant aussi de constater que les trapèzes non rectangles se classent en deux catégories :

- celle dont les angles aigus sont consécutifs (et tous deux adjacents à la grande base)
- celle dont les angles aigus sont opposés.



TRIANGLE

Définition : Un triangle est un polygone à 3 côtés.

Idée intuitive : L'idée que chacun se fait du triangle n'est pas éloignée du concept mathématique.

Difficultés :

- Le mot est souvent confondu avec le mot rectangle par des jeunes enfants.
- Il peut y avoir un léger problème, classique, du type confusion entre ligne et surface.
- L'usage préférentiel du triangle équilatéral peut créer une représentation prototypique.

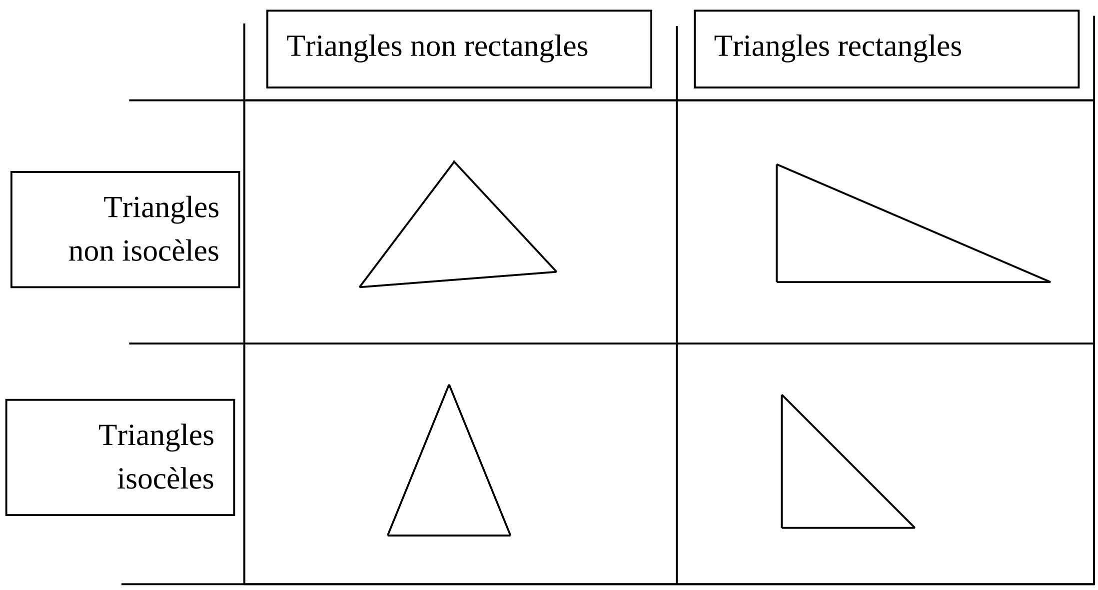
Pratique pédagogique :

Le triangle est sans doute l'une des figures les plus étudiées. Elle présente d'innombrables particularités et il n'est pas possible de les passer toutes en revue dans le cadre d'un simple lexique.

On peut redire à son sujet ce qui a été dit à propos des polygones plus généralement.

De plus, le triangle se prête parfaitement à des expérimentations, comme par exemple ce que nous disons à propos de la médiane (voir ce mot)

Il est important de mettre en évidence les deux familles de triangles particuliers que sont les triangles rectangles (particularité angulaire) et les triangles isocèles (particularité métrique), en montrant notamment que ces deux modes de classification sont indépendants et qu'ils se recoupent donc. A cet égard, les triangles équilatéraux ne doivent éventuellement apparaître que comme une sous-classe des triangles isocèles.



UNITÉ

Ce mot présente plusieurs significations selon son contexte. Il y a l'unité au sens de la numération et nous ne parlerons pas de ce sens-là.
L'autre sens se situe dans le contexte de la mesure.

Définition :

Une mesure étant définie sur un ensemble d'objets, on appelle unité la classe d'équivalence des objets de mesure 1.

Idée intuitive :

Nous avons tous présent à l'esprit quelques unités usuelles, comme le centimètre ou le kilogramme. Ce centimètre est peut-être plus particulièrement associé à un instrument de mesure, mais il faut bien voir que tout objet de même longueur que le segment auquel nous nous référons sur notre instrument peut, lui aussi, être pris comme unité. L'idée d'unité est donc bien davantage la **classe** de tout ce qui mesure 1 cm plutôt que l'une quelconque des occurrences.

Difficultés :

Ce qui peut faire difficulté est de deux ordres :

- un ordre pratique lié au mesurage : le choix et le repérage de l'unité n'est pas toujours évident selon les objets que l'on mesure et selon l'instrument dont on dispose,
- par ailleurs, les problèmes de changement d'unités, donc de conversions sont souvent liés au fait que l'enfant n'a pas une représentation de ce qu'il fait et perçoit l'activité comme purement formelle.

Pratique pédagogique :

Tous les conseils donnés relativement à la mesure sont à répéter ici, et tout particulièrement celui de faire pratiquer des mesurages réels, dans des conditions réelles.
Des unités telles que le dam ou l'hm n'ont de sens que si les enfants sont amenés à les utiliser autrement que dans un livre !

VERTICALE

Définition : la notion de verticale n’appartient pas précisément au domaine des mathématiques, mais plutôt de la physique ou de la vie courante. Elle représente une direction qui est celle de la force de gravitation (pesanteur). On la détermine usuellement avec le fil à plomb.

Pour le reste, voir le mot « horizontal ».

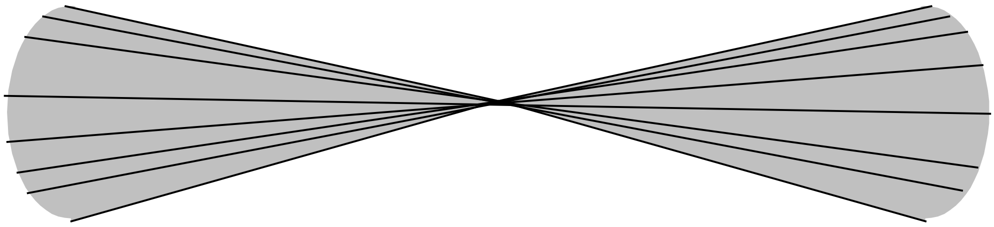
VOLUME

Il en est du mot volume comme du mot « surface », à savoir un terme qui a plusieurs sens et pour lequel malheureusement, les distinctions sont moins nettes que celle permise par le « couple » aire / surface. On pourrait toutefois s'en tirer avec le mot solide et conserver le mot volume dans le seul sens de la mesure.

Par ailleurs, les définitions qui suivent sont rudimentaires car les notions qu'elles font intervenir demanderaient à être astreintes à des conditions qui ne peuvent être explicitées à ce niveau ; c'est notamment le cas pour une surface dans un espace en trois dimensions.

Définition 1 : Soit S une surface dans l'espace à trois dimensions. On supposera que S est suffisamment simple pour partager l'espace en deux sous-ensembles. Chacun de ces deux sous-ensembles est par définition un **volume**.

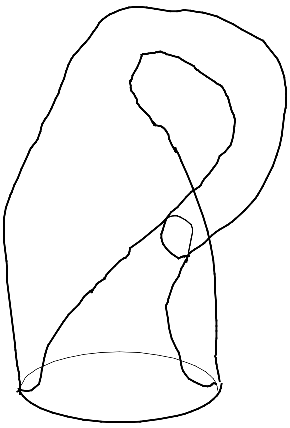
N.B. 1. S peut évidemment ne pas être une surface fermée, ni « finie » (limitée). Par exemple S peut être un plan, ce qui détermine alors deux « volumes » qui sont chacun un demi-espace. S peut aussi être une « enveloppe » conique infinie :



Attention, ici les deux « volumes » que l'on doit distinguer sont l'intérieur et l'extérieur de la surface conique (et non pas la partie gauche et la partie droite visibles sur le dessin)

N.B.2. Le cas le plus courant est néanmoins celui d'une surface fermée, finie, et répétons-le, suffisamment simple pour permettre de distinguer deux sous-ensembles de l'espace. L'un de ces deux sous-ensembles est réputé être l'intérieur de la surface. Le volume que l'on considère le plus souvent est précisément cet intérieur, plus la surface elle-même.

N.B.3. Le lecteur aura remarqué que nous prenons certaines précautions dans cette définition. En effet, l'intuition peut faire défaut dans ces domaines. Il existe par exemple des surfaces fermées et finies qui n'ont pourtant pas d'intérieur. C'est le cas d'une forme curieuse dont la représentation est peu ou prou ceci :



(On peut imaginer cette forme obtenue à partir d'une bouteille dont le goulot aurait été étiré, puis rentré dans la bouteille par un trou latéral et soudé au fond après que celui-ci ait été évidé.)

Une telle surface est fermée, mais son « intérieur » n'existe pas puisqu'il communique avec l'extérieur…

Définition 2. Dans le cas d'un volume défini comme intérieur d'une surface fermée finie, le mot volume est aussi employé pour en désigner la mesure.

Idée intuitive : en tant qu'objets mathématiques, les volumes correspondent à nos objets de la vie courante pour autant qu'ils aient une « épaisseur » qui puisse être prise en considération. Ces objets de la vie courante n'ont pas besoin d'avoir des caractéristiques particulières.

Nous précisons cela car bien souvent on affuble du qualificatif « géométrique » des objets qui ont une forme simple, par exemple polyédrique.

Ce qui fait qu'un objet est géométrique ce n'est pas sa forme, c'est l'étude que l'on en fait et qui est certes plus aisée du point de vue géométrique si l'objet est simple et déjà apparenté à des formes géométriques « élémentaires ».

Difficultés et pratique pédagogique : De manière globale, l'étude des volumes se confond avec celle des solides, la distinction entre les sens des deux mots n'étant pas clairement établie ni suffisamment universelle. Ce que nous avons supposé laisse entendre que le solide est un type de volume défini à partir de surfaces simples fermées délimitant un intérieur.

- INDEX -